Max Lindoberto Castro Gonçalves

Geometria e aprendizagem significativa no contexto de um curso técnico profissionalizante: uma proposta interdisciplinar de ensino.

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Max Lindoberto Castro Gonçalves

Geometria e aprendizagem significativa no contexto de um curso técnico profissionalizante: uma proposta interdisciplinar de ensino.

Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT submetido por Max Lindoberto Castro Gonçalves junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Orientador: Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Colaboradores

Universidade Federal do Rio Grande
http://www.furg.br

Instituto de Matemática, Estatística e Física
http://www.imef.furg.br

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
http://www.profmat-sbm.org.br

Sociedade Brasileira de Matemática
http://www.sbm.org.br

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
http://www.capes.gov.br

Max Lindoberto Castro Gonçalves

Geometria e aprendizagem significativa no contexto de um curso técnico profissionalizante: uma proposta interdisciplinar de ensino.

Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT submetido por Max Lindoberto Castro Gonçalves junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Trabalho aprovado. Rio Grande, 06 de fevereiro de 2020.

Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez
(Orientador - FURG)

Fabíola Aiub Sperotto
(Avaliador - FURG)

Dolurdes Voos
(Avaliador - IFRS)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Agradecimentos

Agradeço a minha orientadora Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez, pela disponibilidade, apoio e principalmente pela cobrança por um trabalho cada vez melhor.

Quero agradecer, também, a minha esposa Zila Leticia pelo apoio incondicional nesta caminhada.

Um agradecimento especial aos meus alunos do IFSul, por aceitarem participar deste projeto.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

A presente dissertação relata e avalia a aplicação de uma proposta didática interdisciplinar de ensino de Geometria em uma turma de ensino técnico integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSul), campus Bagé/RS. Metodologicamente, organizou-se uma sequência de quatro atividades teórico-práticas desenvolvidas ao longo de 9 h/a em uma turma de quinto semestre do Curso Técnico em Agropecuária e que envolveram conteúdos de Matemática aplicados na disciplina técnica de Hidráulica Agrícola. As ações envolveram resolução de exercícios, manipulação de materiais alternativos na aferição de índices pluviométricos e construção de sólidos geométricos e de maquetes. O projeto baseou-se nos conceitos pedagógicos de aprendizagem significativa, conforme Ausubel, campos conceituais, segundo Vergnaud, e interdisciplinaridade, previstos por Fazenda e pelos documentos oficiais nacionais. Em relação aos conceitos matemáticos, as atividades abordaram Proporcionalidade, Geometria Plana e Geometria Espacial. Os resultados obtidos revelam que a valorização dos saberes prévios, a construção coletiva de conhecimentos e a aplicação prática de conceitos matemáticos na formação técnica proporcionou aos alunos uma aprendizagem significativa.

Palavras-chaves: Geometria. Interdisciplinaridade. Ensino Técnico.

Abstract

The present dissertation report and evaluate the application of an interdisciplinary didactic proposal of geometry teaching in a class of integrated technical education of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Rio Grande do Sul, Campus Bagé/RS. Methodologically, it has been organized a sequence of four theoretical and practical activities developed over 9 class time in a class of fifth semester of the Agriculture Technical Course and that involved contents of Mathematics applied in the technical discipline of Agricultural Hydraulic. The actions involved exercise resolutions, handling of alternative materials in the measurement of rainfall indexes, and building of mathematical concepts and mockups. The project has been based in the pedagogical concepts of meaningful learning, according to Ausubel, conceptual fields, according to Vergnaud, and interdisciplinarity, envisaged by Fazenda and by the national official documents. In relation to the mathematical concepts, the activities approached Proportionality, Plane Geometry, and Spatial Geometry. The results obtained reveal that the appreciation of prior knowledge, the collective knowledge building, and the practical application of mathematical concepts in technical education provided to students a meaningful learning.

Key-words: Geometry. Interdisciplinarity. Technical Education.

Lista de ilustrações

Sumário

Introdução

Sabe-se da necessidade, cada vez mais urgente, de repensar as metodologias de ensino no sentido de atender não só uma escola em constante transformação, mas uma sociedade que demanda certa formação, onde não mais se desvinculem teoria e prática, e os conhecimentos adquiridos nos bancos escolares sejam identificados pelos sujeitos na sua aplicabilidade e pertinência. Os modelos tradicionais de ensino têm-se mostrado pouco eficientes, resultando, muitas vezes, em uma desconexão entre os interesses e necessidades dos alunos, entre suas experiências, expectativas e o que a escola efetivamente oferece. Rosa e Rosa (ROSA; ROSA, 2012), ao abordarem o atual sistema educacional brasileiro, afirmam que este “encontra-se em vias de colapso, deixando clara a inviabilidade de continuar privilegiando a transmissão dos saberes e o acúmulo de informações que a escola privilegiou”. A busca por tornar significativo o que o aluno aprende passa, também, pela valorização do conhecido, ou seja, pela consideração dos conhecimentos prévios do aluno e por sua ampliação a partir do desenvolvimento de novas e desafiadoras aprendizagens. Para tal, é preciso unir forças e construir práticas de ensino e aprendizagem dinâmicas e integradoras, onde cada área de conhecimento contribua, na sua especificidade, para a construção do conhecimento pelo aluno.

Quando se fala em formação técnica, essas necessidades se acentuam assim como a busca pela efetiva integração curricular (ARAÚJO, 2014), tendo em vista que se trata de uma formação com sentido de terminalidade, ou seja, que já aponta para o mercado de trabalho e suas exigências. Daí a importância de buscar aperfeiçoar currículos, aprimorar metodologias e integrar conhecimentos, reforçando e ressignificando cada campo de formação pelo qual o estudante passa. O professor tem papel central neste trabalho, é dele a iniciativa de abrir novos caminhos, como afirma Vygotski (VYGOTSKI, 2003) “no processo de educação, o professor deve ser como os trilhos pelos quais avançam livre e independentemente os vagões, recebendo deles apenas a direção do próprio movimento”.

O ensino da Matemática traz suas próprias especificidades, principalmente quando se trata do ensino médio, e é nesse cenário, então, que o professor precisa ser esse condutor atento do processo educativo. No caso específico de ensino de Geometria, um dos grandes desafios é levar o aluno a reconhecer os conceitos geométricos, como área e volume, por exemplo, e perceber sua aplicabilidade no cotidiano. Mais especificamente, para a turma escolhida na aplicação desse trabalho, dentro da área de formação técnica profissionalizante.

A presente dissertação tem como tema o ensino de Geometria em turmas de ensino técnico integrado através de uma proposta interdisciplinar envolvendo as disciplinas de

Matemática e Hidráulica Agrícola e foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

O trabalho objetiva aplicar e avaliar uma proposta didática de ensino de Geometria organizada a partir de uma sequência de quatro atividades aplicadas ao longo de 7 h/a, mais aproximadamente 2 h/a extraclasse, nas quais se integrou conhecimentos matemáticos a conteúdos desenvolvidos na disciplina de Hidráulica Agrícola.

Tal quadro acima descrito justifica esta pesquisa, que, para sua concretização, percorreu um caminho conceitual e teórico que envolveu três campos de estudos: primeiramente, o que dá conta do conceito de aprendizagens significativas e para o qual recorreu-se a autores como Ausubel e Moreira (MOREIRA, 2011). Complementarmente, buscou-se o conceito de campos conceituais, desenvolvido por Vergnaud (VERGNAUD, 1991) através dos autores Carvalho (CARVALHO, 2009) e Moreira (MOREIRA, 2011). Para abordar o conceito de interdisciplinaridade, Fazenda (FAZENDA, 2011) forneceu suas reflexões, as quais foram complementadas com as orientações constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)(BRASIL, 2017). Além desses documentos, recorreu-se às diretrizes da própria instituição de ensino onde desenvolveu-se a pesquisa, materializadas no Projeto Pedagógico de Curso (PPC)(BRASIL, 2010) relativo ao Curso Técnico em Agropecuária.

Para o desenvolvimento dos conceitos de proporcionalidade, geometria plana e geometria espacial, que estruturam a fundamentação matemática do trabalho, recorreu-se a autores como Iezzi (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2005), Neto (NETO, 2013), Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005b) (DOLCE; POMPEO, 2005a).

Dessa forma, estrutura-se a presente dissertação em seis capítulos que se encontram assim organizados: no Capítulo 1, traz-se os objetivos gerais e específicos do trabalho. A fundamentação teórica encontra-se do Capítulo 2, seguida da fundamentação matemática, situada no Capítulo 3. Já o Capítulo 4 contempla as atividades propostas e o Capítulo 5, o relato das atividades. A reflexão sobre as práticas desenvolvidas, seu alcance e possibilidades encontram-se no Capítulo 6, das conclusões.

1 Objetivos

A seguir, apresentam-se os objetivos do presente trabalho, divididos em objetivo geral e objetivos específicos.

1.1 Objetivo Geral

Promover a aprendizagem de conceitos relacionados à geometria através de atividades interdisciplinares que envolvem as disciplinas de Matemática e Hidráulica Agrícola no Curso Técnico em Agropecuária.

1.2 Objetivos Específicos

A partir da aplicação das atividades, espera-se que os alunos sejam capazes de:

- Reconhecer os conceitos de proporcionalidade, área de polígonos, área de círculo, volume de prismas, volume de cilindro, volume de cone e volume de esfera;
- Aplicar os conceitos da geometria plana e espacial no desenvolvimento do projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola;
- Elaborar um relatório descrevendo e apresentando o cálculo do índice pluviométrico;
- Construir uma maquete de açude obedecendo o conceito de escala.

2 Fundamentação Teórica

O presente trabalho estrutura-se a partir de três conceitos básicos, a saber: aprendizagem significativa, Campos Conceituais e Interdisciplinaridade, sobre os quais discorre-se a seguir.

2.1 Aprendizagem Significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi desenvolvida pelo médico e psicólogo americano David Ausubel (1918 – 2008) e enfatiza a importância da integração entre uma base de conhecimento anterior e a oferta de novas e diversificadas informações. Considerando a realidade do ensino técnico onde este projeto se desenvolve, o qual integra formação propedêutica com conhecimentos específicos, justifica-se, neste trabalho, o uso de tal concepção de aprendizagem, justamente porque preconiza a relação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos. Conforme explica o professor Marco Antonio Moreira (2011):

> É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. (MOREIRA, 2011, p. 14).

Então, pode-se considerar que, por exemplo, se o educando já domina o conceito de volume de um prisma ou de um cilindro, resolver problemas que envolvam precipitação pluviométrica vêm a consolidar o conhecimento previamente construído. Cabe salientar que nem sempre essa interação ocorre de forma literal, clara e óbvia, mas é fundamental que o mediador do processo de aprendizagem, o professor, no caso, tenha clareza da conexão possível entre as informações. Por outro lado, como diz Moreira (MOREIRA, 2011), essa interação entre saberes prévios e novos é aberta a ajustes e modificações pelo seu caráter de não arbitrariedade. Nesse sentido, o sujeito dessa aprendizagem interfere no processo.

Segundo Moreira (2011), à partir dos estudos de Ausubel, o conhecimento prévio tem papel central na construção da aprendizagem, ou seja, ela sempre parte de uma base, de um acervo. Se o professor ignora esse *a priori*, pode estar limitando, ou até impedindo, que a aprendizagem significativa ocorra. Diz o autor:

> O conhecimento prévio é, na visão de Ausubel, a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos.

> Isto é, se fosse possível isolar uma única variável como sendo a que mais influencia novas aprendizagens, esta variável seria o conhecimento prévio, os subsunçores já existentes na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. (MOREIRA, 2011, p. 23).

Cabe, então, explicar o conceito de subsunçores. Para Ausubel (AUSUBEL, 2003 apud MOREIRA, 2011), eles são os conhecimentos prévios relevantes para a construção de outros conhecimentos.

Entende-se, portanto, que o conhecimento prévio que, no nosso caso, são os conceitos de geometria plana e geometria espacial, desenvolvidos na disciplina de Matemática, colaboram com a construção dos conceitos abordados na disciplina de Hidráulica Agrícola. Assim como, em sentido oposto, os conceitos de Hidráulica Agrícola solidificam os conhecimentos de Matemática, mais especificamente neste trabalho, acerca de Geometria.

Segundo Ausubel (AUSUBEL, 2003 apud MOREIRA, 2011), são dois os pré-requisitos para que aconteça a aprendizagem significativa:

1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo;

2) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender.

Tais pré-requisitos parecem ser contemplados quando são oferecidas atividades que estejam intimamente ligadas à prática da formação técnica oferecida aos educandos participantes deste projeto. O material de aprendizagem tende a ter significado e a predisposição para a aprendizagem, a princípio, está ligada à busca da formação.

Entende-se que a aprendizagem significativa torna-se mais eficaz que a aprendizagem mecânica. Esta, assim definida pelo professor Christian Braathen (2012):

> A Aprendizagem Mecânica ocorre com a incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, ou seja, o aluno precisa aprender sem entender do que se trata ou compreender o significado do porquê. Essa aprendizagem também acontece de maneira literal, o aluno aprende exatamente como foi falado ou escrito, sem margem para uma interpretação própria. A aprendizagem acontece como produto da ausência de conhecimento prévio relacionado e relevante ao novo conhecimento a ser aprendido. (BRAATHEN, 2012, p. 65).

Percebe-se que o modelo mecanicista de aprendizagem ainda aparece com frequência na sala de aula. Afirmam Faria e Franceschini (2018), sobre a aprendizagem mecânica:

> Durante os últimos quatro séculos, a ciência cognitiva esteve firmada sobre o paradigma cartesiano, prevalecendo uma visão de mundo racionalista e mecanicista. Ainda como uma forte influência nas ciências, esta concepção pressupôs um mundo pré-determinado, independente do conhecimento que se possa ter dele, enfatizando a dualidade na natureza, com a separação entre corpo e mente, sujeito e objeto. Neste paradigma a cognição depende da análise e da fragmentação, de forma que para conhecer é preciso dividir o todo em partes. Estes conceitos afetaram a

> Educação, posicionando o aluno como um receptor passivo do conhecimento, em uma metodologia padronizada, cujo aprendizado é um processo de memorização de informações sem a preocupação de significação para o aluno. Portanto, o processo de desenvolvimento deste aluno se torna descorporificado e, assim, desumanizado. (FARIA; FRANCESCHINI, 2018, p. 651).

Através da aprendizagem mecânica o aluno até pode "decorar" uma série de fórmulas, roteiros ou procedimentos para resolução de determinados problemas e retornarem essas informações em provas ou exames, mas é possível que caiam no esquecimento, pois não se construíram sobre a base prévia que permitirá sua perenidade. Já na aprendizagem significativa, o aluno tende a fazer relações, transferências, enfrentar situações novas, o que facilita a incorporação do conhecimento. De certa forma, é preciso que a aprendizagem seja uma experiência efetiva, amalgamada a um saber já existente.

2.2 Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida pelo matemático e psicólogo francês Gérard Vergnaud, discípulo de Piaget, para dar conta especificamente do ensino de ciências e matemática. Mesmo reconhecendo quão importante foi o trabalho de Piaget para a educação, alega Vergnaud (VERGNAUD, 1991) que este nunca trabalhou em sala de aula, no ensino de matemática ou ciências, o que justifica sua tentativa de aplicar os pressupostos piagetianos na realidade educacional, atualizando-os à luz de realidades mais práticas e aplicadas.

Além disso, valeu-se de outra referência significativa para as teorias do conhecimento, uma vez que também buscou aporte em Vygotsky (VYGOTSKI, 2003), principalmente no que se refere à necessidade da interação social na construção de um campo conceitual. Ele considerou o conceito de "zona do desenvolvimento proximal" , o qual leva em conta a importância das dinâmicas interativas para o desenvolvimento humano. Dessa forma, Vergnaud (VERGNAUD, 1991) traz a seguinte definição para campos conceituais:

> Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. (VERGNAUD, 1991 apud CARVALHO, 2009, p. 20).

Ou seja, tudo que esteja relacionado a um conceito faz parte de seu campo conceitual. Quando propõe-se, por exemplo, a trabalhar a geometria aplicada na disciplina de Hidráulica Agrícola, os problemas, relações, conteúdos e conceitos se retroalimentam para a composição deste campo conceitual.

É a partir da definição, anteriormente referida, que o autor apresenta, então, três justificativas básicas para a validade do estudo da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1991 apud CARVALHO, 2009), quais sejam:

1. Um conceito não se forma a partir de um só tipo de situação.

2. Uma situação não se analisa com um só conceito.

3. A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo.

Como é possível depreender das afirmações acima, a teoria de Vergnaud valoriza o protagonismo do professor, pois cabe a este oferecer e mediar as situações que levem à construção de um campo conceitual. O professor precisa diversificar as situações propostas; é da variedade de desafios e contextos que o aluno poderá construir um conceito. Se ele fica submetido apenas a experiências homogêneas, a situações limitadas e repetitivas, perderá o caráter diverso e difuso com que, muitas vezes, experimenta determinadas circunstâncias e, com isso, perderá a noção do todo e terá dificuldade de construir um conceito. Além disso, cabe ao professor mediar a relação do aluno com o vivido/experimentado, justamente para poder conduzir e problematizar essa experiência, de modo que o aluno a perceba e sobre ela reflita.

Por outro lado, cabe também ao professor apresentar ou oportunizar o reconhecimento ao aluno dos diferentes conceitos envolvidos numa situação. Alguns conceitos podem ser novos, mas também existirão aqueles que já estarão construídos e é o entrelaçamento destes que oportunizará a construção desse novo conceito.

Conhecer, aprender, é algo que demanda tempo, que se estrutura em sequências que se encadeiam de modo extensivo, embora, muitas vezes, não linear. E é esse vai e vem que acaba consolidando o conhecimento, tornando-o cada vez mais robusto. É importante que o conceito seja constantemente construído, partindo de estruturas mais simples e avançando para um nível cada vez maior de complexidade.

As teorias de Vergnaud e Ausubel, na visão de Marco Antonio Moreira, são compatíveis e complementares:

> Mas se a teoria dos campos conceituais é compatível com a teoria da aprendizagem significativa, por que não ficar com esta que é bastante mais conhecida e aceita no ensino de ciências? A resposta é que podem ser tomadas como complementares: a teoria de Ausubel, é uma teoria de aprendizagem em sala de aula, de aquisição de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino, enquanto que a teoria de Vergnaud é uma teoria psicológica do processo de conceituação do real que se propõe a localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. A teoria de Vergnaud não é uma teoria de ensino de conceitos explícitos e formalizados, embora tenha subjacente a ideia de que os conhecimentos-em-ação (largamente implícitos) podem evoluir, ao longo do tempo, para conhe-

> cimentos científicos (explícitos). A teoria de Ausubel, por outro lado, se ocupa exatamente da aquisição de conceitos explícitos e formalizados, chegando inclusive a propor princípios programáticos – como a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação – para a organização do ensino. (MOREIRA, 2002, p. 21).

Portanto, acredita-se que a complementaridade destas duas teorias podem justificá-las como norteadoras deste projeto. A teoria de Vergnaud foca na organização metodológica para gerenciar como os conceitos serão construídos na interação entre os alunos nas aulas de matemática de uma escola de formação técnica. Já a teoria de Ausubel trata de como este aluno irá construir o conhecimento, uma perspectiva mais psicológica do ato de aprender, que, se por um lado, permite menor controle do professor, por outro, pode se transformar em aprendizagens perenes.

2.3 Interdisciplinaridade

Apoiado nas duas teorias citadas anteriormente para pensar os procedimentos metodológicos que envolvem o tipo de aprendizagem esperada, do ponto de vista da organização e gestão dos conhecimentos a serem desenvolvidos, optou-se pela realização de um trabalho interdisciplinar envolvendo as disciplinas de Matemática e Hidráulica Agrícola, componentes do quinto semestre do Curso Técnico em Agropecuária. A pesquisadora Ivani Catarina Arantes Fazenda caracteriza interdisciplinaridade da seguinte maneira:

> Antes que um "slogan", é uma relação de reciprocidade, de mutualidade, que pressupõe uma atitude diferente a ser assumida diante do problema do conhecimento, ou seja, é a substituição de uma concepção fragmentária para unitária do ser humano. É uma atitude de abertura, não preconceituosa, em que todo o conhecimento é igualmente importante. Pressupõe o anonimato, pois o conhecimento pessoal anula-se diante do saber universal. (FAZENDA, 2011, p. 10).

Ou seja, duas ou mais áreas do conhecimento interagem com seus conceitos e procedimentos para construção de um conceito comum. Não se trata de uma disciplina servir de ferramenta para construção do conhecimento pertencente a outra, mas o trabalho comum produzindo este conhecimento.

Cabe lembrar, também, que a legislação vigente para a educação preconiza as ações interdisciplinares dentro das escolas. Considerando que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)(BRASIL, 2017) ainda não está plenamente vigente e que o sistema de ensino ainda apresenta currículos que se regem pela legislação anterior às discussões da BNCC, é importante considerar como esses documentos oficiais, até então, pensaram a questão da interdisciplinaridade. Dizem os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN) para o ensino Médio:

> A integração dos diferentes conhecimentos pode criar as condições necessárias para uma aprendizagem motivadora, na medida em que ofereça maior liberdade aos professores e alunos para a seleção de conteúdos mais diretamente relacionados aos assuntos ou problemas que dizem respeito à vida da comunidade. Todo conhecimento é socialmente comprometido e não há conhecimento que possa ser aprendido e recriado se não se parte das preocupações que as pessoas detêm. O distanciamento entre os conteúdos programáticos e a experiência dos alunos certamente responde pelo desinteresse e até mesmo pela deserção que constatamos em nossas escolas. (BRASIL, 2000, p. 22).

Tal recomendação vem ao encontro do que se propõe nesta dissertação: trabalhar de forma interdisciplinar os conceitos que se relacionam nas duas disciplinas, Matemática e Hidráulica Agrícola, com o objetivo da construção de conhecimentos técnicos relevantes na formação dos educandos envolvidos.

Corrobora,ainda, para a proposta de projeto interdisciplinar proposto neste trabalho, o que dizem os PCN:

> A interdisciplinaridade deve ir além da mera justaposição de disciplinas33 e, ao mesmo tempo, evitar a diluição delas em generalidades. De fato, será principalmente na possibilidade de relacionar as disciplinas em atividades ou projetos de estudo, pesquisa e ação, que a interdisciplinaridade poderá ser uma prática pedagógica e didática adequada aos objetivos do Ensino Médio.(BRASIL, 2000, p. 75)

A interdisciplinaridade está prevista na BNCC em um dos dez planos de ação para a aprendizagem e destaca-se o fato de o texto deixar, a critério das instituições, a decisão sobre as formas de viabilizar as ações interdisciplinares, o que, se por um lado, garante a autonomia das instituições frente às suas realidades e contextos, pode enfraquecer a ênfase necessária a esse tipo de ação educativa. De qualquer forma, a Base destaca a interdisciplinaridade como uma estratégia necessária na busca de resultados mais positivos no processo de ensino e aprendizagem, o que se adéqua ao que se propõe neste trabalho:

> Decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem. (BRASIL, 2017, p. 16).

Além dessas orientações nacionais, considera-se o que traz o Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Agropecuária, que destaca a necessidade de uma formação contextualizada e interdisciplinar, conforme se lê a seguir:

> Em conformidade com os parâmetros pedagógicos e legais para a oferta da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, o processo de ensino-aprendizagem privilegiado pelo Curso Técnico em Agropecuária contempla estratégias problematizadoras, tratando os conceitos da área técnica específica e demais saberes atrelados à formação geral do estudante,

> de forma contextualizada e interdisciplinar, vinculando-os permanentemente às suas dimensões do trabalho em seus cenários profissionais. (BRASIL, 2010, p. 11).

Acredita-se que a escolha desta metodologia pode ser motivadora para os alunos, visto que a aplicabilidade dos conceitos trabalhados irá romper com a dicotomia teoria x prática. A teoria apresentada pela Matemática encontrará aplicabilidade na Hidráulica Agrícola, significando os conhecimentos. Soma-se a isto o efeito positivo do professor partir do acervo conhecido do aluno para ampliá-lo com novas informações, numa espiral de saberes que se conectam e ampliam, como propõem a aprendizagem significativa e a teoria dos campos conceituais. Esta combinação de estratégias metodológicas tem potencial para ser uma experiência bem sucedida de ensino aplicado de geometria.

No próximo capítulo, apresentam-se os principais conceitos matemáticos, acerca de proporcionalidade, geometria plana e geometria espacial, que irão aportar as atividades propostas.

3 Fundamentação Matemática

Neste capítulo, apresentam-se os principais conceitos necessários para o desenvolvimento das atividades propostas, quais sejam: proporcionalidade, escala, geometria plana e geometria espacial.

3.1 Proporcionalidade

Inicia-se, então, com a definição de proporcionalidade e o enunciado da Propriedade Fundamental da Proporcionalidade apresentados por Iezzi:

Definição 3.1.1. Considerando as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ chamamos de proporção a igualdade

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

para $b \neq 0, d \neq 0$. Os valores a e d são denominados extremos, e b e c são chamados de meios (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2005).

Teorema 3.1.1. (Proporção.) Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então

$$a \cdot d = b \cdot c,$$

isto é, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2005).

O conceito de proporcionalidade está relacionado a diversas situações do cotidiano e pode resolver problemas de porcentagem, medidas de capacidade, escalas, entre outros. Problemas, esses, abordados com frequência nesse trabalho.

Baseados nos conceitos de proporcionalidade, traz-se as relações entre as medidas de volume e capacidade:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mililitro}$$

ou

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litro}$$

ou

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}.$$

3.1.1 Escala Cartográfica

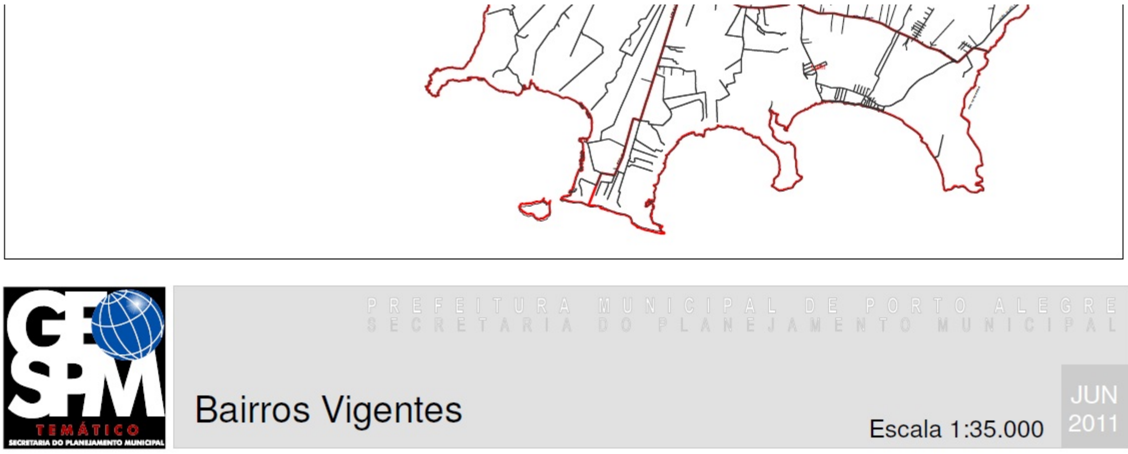
A escala cartográfica representa a relação de proporcionalidade entre uma medida real e sua representação gráfica. Para Menezes e Neto 1999, a escala cartográfica é assim definida:

> A primeira e mais imediata definição para escala é dada pela conotação cartográfica, através de uma simples razão de semelhança, indicando a razão entre comprimentos no mapa e seu correspondente no mundo real. Pode ser considerada como a transformação geométrica mais importante que a informação geográfica é submetida. Todas as demais transformações terão alguma ligação com esse processo. (MENEZES; NETO, 1999, p. 3).

As escalas podem ser classificadas em três tipos: chama-se escala de redução aquela em que as medidas do desenho são menores que as medidas reais do objeto. Já a escala de ampliação traz as medidas do desenho maiores que as reais medidas do objeto. Há ainda a escala real, onde as medidas do desenho são iguais às medidas do objeto.

A Figura 1 representa parte do mapa de um bairro da cidade de Porto Alegre/RS, representado sob a escala 1:35000.

Figura 1 – Mapa em escala.



Fonte: Prefeitura Municipal de Porto Alegre. Disponível em: http://www2.portoalegre.rs.gov.br/spm/default.php?psecao=132.

Já a Figura 27, apresentada no capítulo 4, referente à planta baixa da propriedade do Projeto de Hidráulica Agrícola, está representado sob uma escala de 1:12500.

3.2 Geometria Plana

Nesta seção, apresentam-se os principais conceitos de geometria plana, tendo como referência, principalmente, a obra de Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005b).

A geometria plana, inclusive pela sua aplicabilidade, é um dos mais importantes ramos da matemática. Trazem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+):

> Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas. (BRASIL, 2002, p. 123).

Embora a Base Nacional Comum Curricular ainda esteja em fase de implantação, verifica-se que ali, também, o papel da geometria tem lugar destacado. Diz a BNCC para as competências específicas de matemática e suas tecnologias para o ensino médio:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2017, p. 523).

Traz-se, para dar suporte a este trabalho, os seguintes conceitos: perímetro, triângulo, área de triângulo, circunferência, círculo, área do círculo, arco de circunferência e área do setor circular.

Todos os conceitos de geometria plana e geometria espacial estão alicerçados nos chamados entes primitivos e, por consequência os postulados e definições daí decorrentes, que podem ser encontrados em Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005b) ou em Neto (NETO, 2013). Abordam-se, aqui, alguns conceitos importantes para a construção da Fundamentação Matemática desse trabalho.

3.2.1 Noções primitivas

Segundo Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005b), as noções (conceitos, termos, entes) geométricas são estabelecidas por meio de definição. Já as noções primitivas são adotadas sem definição.

Adotam-se, sem definir, as noções de: ponto, reta e plano (Figura 2). De cada um desses entes tem-se o conhecimento intuitivo, advindo da experiência e da observação.

Ainda, segundo Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005b), tem-se a seguinte notação para ponto, reta e plano:

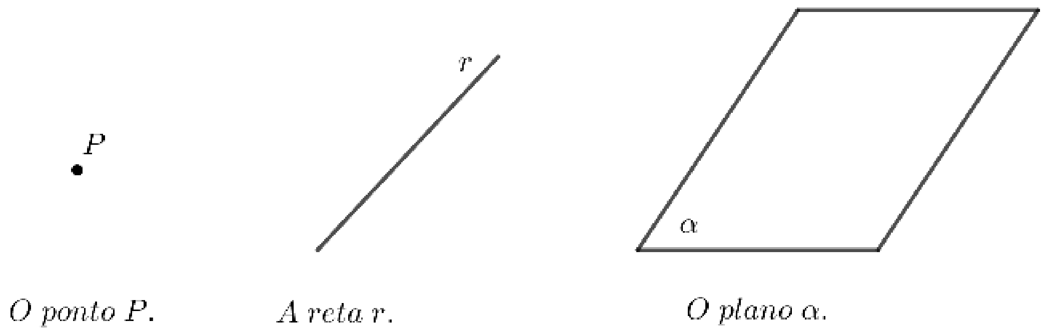
a) Com letras

- Ponto: letras maiúsculas latinas: $A, B, C, ...$

- Reta: letras minúsculas latinas: $a, b, c, ...$
- Plano: letras gregas minúsculas: $\alpha, \beta, \gamma, ...$

b) Notações gráficas

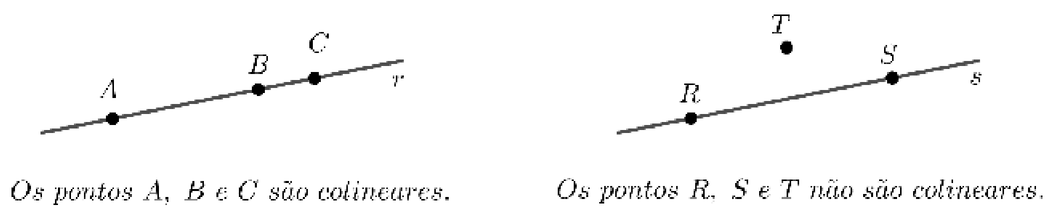
Figura 2 – Ponto, reta e plano.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Postulado 1 (Pontos colineares)**.** Pontos colineares são pontos que pertencem a uma mesma reta (Figura 3) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 3 – Pontos colineares.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.2 Segmento de reta

Definição 3.2.1. Dados dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta (Figura 4) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Se dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ têm a mesma medida, então são chamados de segmentos congruentes.

Figura 4 – Segmento de reta.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.3 Ponto médio de um segmento

Definição 3.2.2. Um ponto M é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ se, e somente se, M está entre A e B e $\overline{AB}$ e $\overline{MB}$ são congruentes (DOLCE; POMPEO, 2005b).

3.2.4 Semi-reta

Definição 3.2.3. Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento da reta AB com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semi-reta AB (Figura 5) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

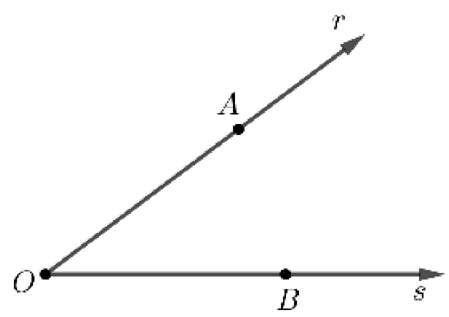
Figura 5 – Semi-reta.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.5 Ângulo

Definição 3.2.4. Chama-se ângulo, à reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (Figura 6) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 6 – Ângulo.



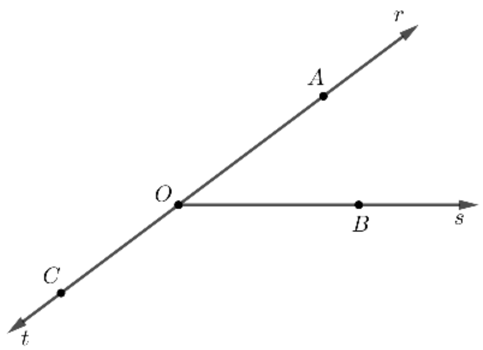
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

O ponto O é o vértice do ângulo. As semi-retas OA e OB são os lados do ângulo.

3.2.6 Ângulo suplementar adjacente

Definição 3.2.5. Dado o ângulo AOB, a semi-reta OC oposta à semi-reta OA e a semi-reta OB determinam um ângulo BOC que se chama ângulo suplementar adjacente ou suplemento adjacente de AOB (Figura 7) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 7 – Ângulo suplementar adjacente.

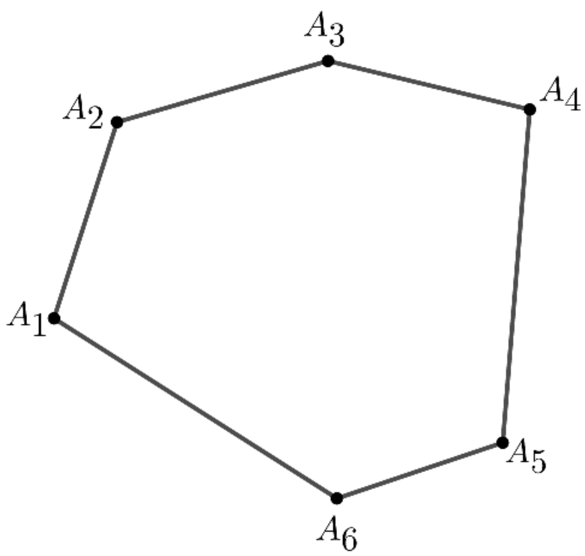


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.7 Polígono

Definição 3.2.6. Dada uma sequência de pontos de um plano $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ com $n \geq 3$, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, chama-se polígono à reunião dos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$ (Figura 8) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 8 – Polígono de seis vértices.

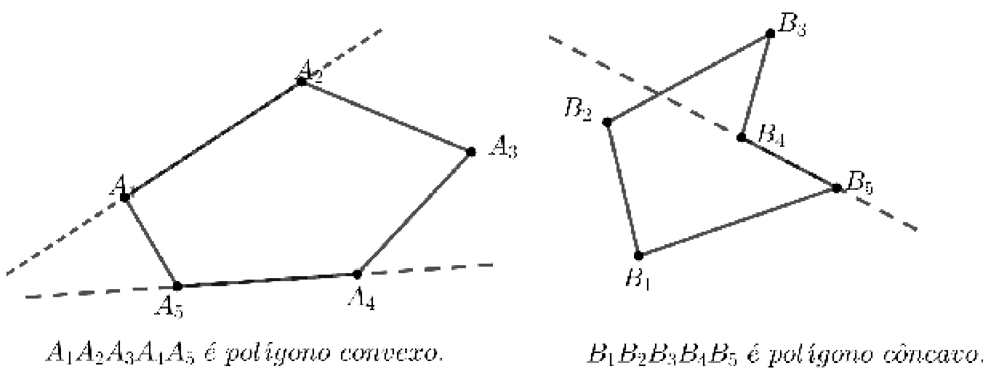


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.8 Polígono convexo e polígono côncavo

Definição 3.2.7. Um polígono é dito polígono convexo se, e somente se, a reta determinada por dois vértices consecutivos quaisquer deixa todos os demais $(n-2)$ vértices num mesmo semiplano dos dois que ela determina. Se um polígono não é polígono convexo, diremos que ele é um polígono côncavo (Figura 9)(DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 9 – Polígonos: convexo e côncavo.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

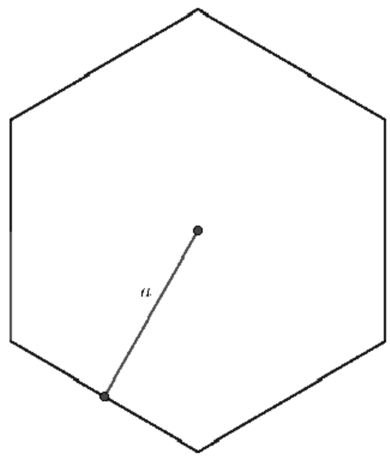
3.2.9 Polígono regular

Definição 3.2.8. Um polígono convexo é regular se, e somente se, tem todos os seus lados congruentes e todos os seus ângulos internos congruentes (Figura 10) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

3.2.10 Apótema

Segundo Dolce e Pompeo (2005b), apótema a de um polígono regular (Figura 9) é o segmento com uma extremidade no centro e a outra no ponto médio de um lado.

Figura 10 – Apótema a.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.11 Perímetro

Segundo Neto (2013), a soma dos comprimentos dos lados do polígono é o perímetro do mesmo. Sendo, então, semiperímetro, a metade desta soma.

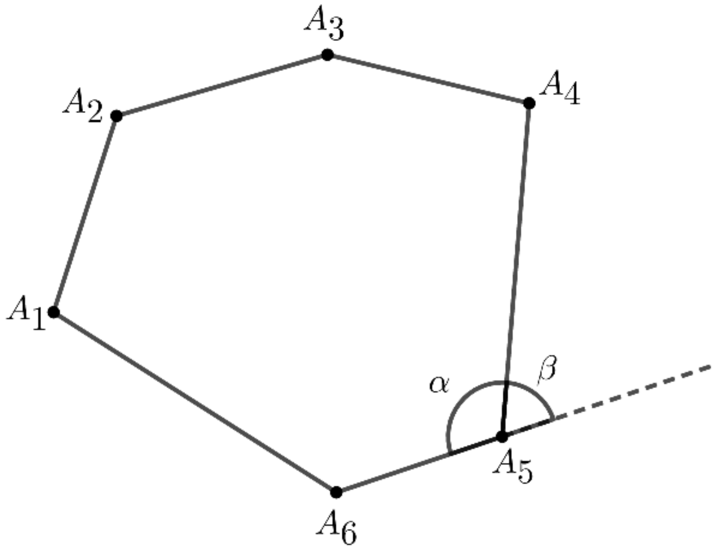
Para o caso particular do triângulo, o perímetro é, frequentemente, denotado por $2p$ e, por consequência, o semiperímetro pode ser denotado por p.

3.2.12 Ângulos internos e Ângulos externos

Para Dolce e Pompeo (2005b), chama-se ângulo interno de um polígono convexo o ângulo formado por dois lados do mesmo vértice. Já o ângulo externo de um polígono convexo é um ângulo suplementar adjacente a um ângulo interno do polígono.

Na Figura 11, representa-se um polígono destacando o ângulo interno α e o ângulo externo β para o vértice A_5.

Figura 11 – Ângulo interno α e ângulo externo β.

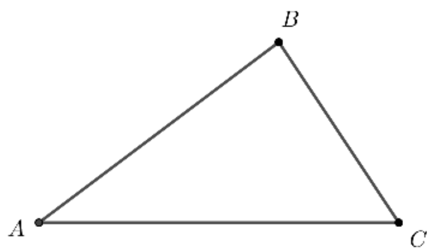


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.13 Triângulo

Definição 3.2.9. Dados três pontos A, B e C não colineares, chama-se triângulo ABC à reunião dos segmentos AB, AC e BC (Figura 12) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 12 – Triângulo.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.13.1 Classificação dos triângulos

Segundo Dolce e Pompeo (2005b), pode-se classificar os triângulos com base em duas características: comprimento dos seus lados ou medidas dos seus ângulos internos.

Quanto à medida dos seus lados, os triângulos são assim denominados:

- **equilátero**: quando as medidas dos comprimentos dos três lados do triângulo forem congruentes;

- **isósceles**: quando as medidas dos comprimentos de dois dos lados do triângulo forem congruentes;
- **isósceles**: quando as medidas dos três lados do triângulo forem diferentes.

No que se refere às medidas dos ângulos internos do triângulo, estes se classificam da seguinte maneira:

- **retângulo**: quando um dos ângulos internos for reto (90°);
- **acutângulo**: quando seus três ângulos internos forem agudos (menor que 90°);
- **obtusângulo**: quando um dos ângulos internos for obtuso (maior que 90°).

3.2.13.2 Área de triângulo

Segundo Dolce e Pompeo (2005b), o conjunto dos pontos internos de um polígono é seu interior e o conjunto dos pontos externos é seu exterior. Chama-se região poligonal ou superfície poligonal, a reunião de um polígono com o seu interior.

Optou-se, aqui, por trabalhar com a Fórmula de Heron como método de cálculo de área (superfície) de triângulo e outros polígonos, visto que tal método é utilizado nas disciplinas técnicas para o cálculo de áreas de terra.

Teorema 3.2.1. Se ABC é um triângulo cujos lados medem a, b e c, então a medida da área desse triângulo é dada por:

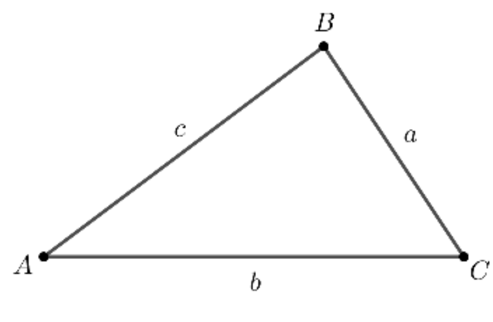
$$A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}, \tag{3.1}$$

onde

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

e a, b e c são as medidas dos lados do triângulo (Figura 13) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 13 – Triângulo de lados a, b, c.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

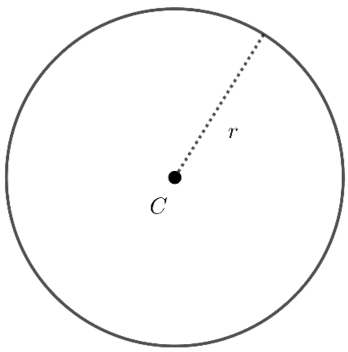
3.2.14 Circunferência

Definição 3.2.10. Circunferência é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência (DOLCE; POMPEO, 2005b).

3.2.15 Círculo

Definição 3.2.11. Círculo (ou disco) é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é menor ou igual a uma distância (não nula) dada. O círculo é a reunião da circunferência com seu interior (Figura 14) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 14 – Círculo.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.15.1 Área do círculo

Para deduzir a fórmula que expressa a área de uma superfície circular, apresenta-se a construção feita por Dante (2013) a partir da área de um polígono regular (medidas dos lados congruentes).

Se o polígono regular tem n lados, a região limitada por ele pode ser decomposta em n regiões limitadas por triângulos isósceles. Em cada um desses triângulos, a base é o lado (l) e a altura é o apótema (a) do polígono regular.

A área da região limitada por um polígono regular de n lados pode então ser escrita assim:

$$A = n \cdot \frac{l \cdot a}{2}$$

ou

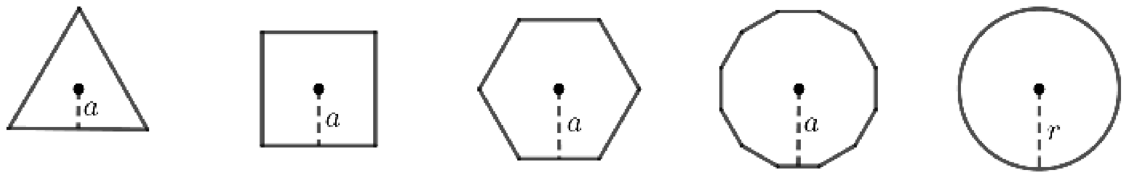
$$A = \frac{n \cdot l}{2} \cdot a$$

ou

$$A = p \cdot a.$$

À medida que aumentamos suficientemente o número de lados dos polígonos regulares, a tendência é obter o círculo (Figura 15), no qual o apótema passa a ser o raio (r) e o perímetro passa a ser o comprimento da circunferência ($2 \cdot \pi \cdot r$).

Figura 15 – Polígonos regulares e círculo.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

A área do círculo é dada pelo produto de seu semiperímetro pelo raio (r), ou seja,

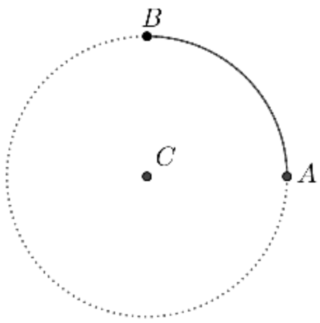
$$A = \pi \cdot r^2,$$

onde A representa a área e r o raio do círculo.

3.2.16 Arco de Circunferência

Considere uma circunferência λ de centro C, A e B dois pontos de λ que não sejam extremidades de um diâmetro. Tem-se que o arco AB é a reunião dos conjuntos dos pontos A, B, e de todos os pontos de λ que estão no interior do ângulo ACB (Figura 16) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 16 – Arco de Circunferência.

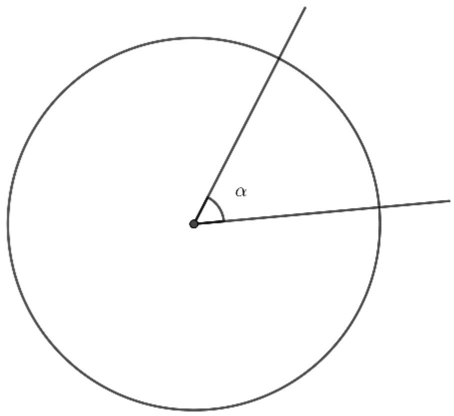


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.17 Ângulo central

Definição 3.2.12. Ângulo central relativo a uma circunferência é o ângulo que tem o vértice no centro da circunferência (Figura 17) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

Figura 17 – Ângulo central.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.2.18 Setor circular

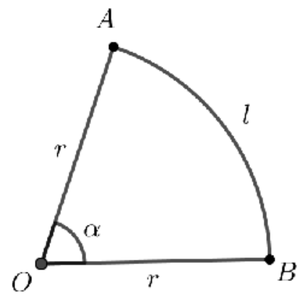
Definição 3.2.13. Considere um círculo c de centro O e sejam A e B dois pontos da circunferência de c que não sejam extremidades de um diâmetro. O setor circular AOB é a reunião dos conjuntos dos pontos dos raios OA e OB e de todos os pontos do círculo e que estão no interior do ângulo AOB (Figura 18) (DOLCE; POMPEO, 2005b).

3.2.18.1 Área do setor circular

Observando que a área do setor circular (Figura 18) é proporcional ao comprimento do arco, ou à medida do ângulo central, então poderá ser calculada por uma regra de três simples:

- Área de um setor circular de raio r e α graus $A_{\text{setor}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$.
- Área de um setor circular em função de r e do comprimento l do arco $A_{\text{setor}} = \dfrac{l \cdot r}{2}$.

Figura 18 – Setor Circular.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

3.3 Geometria Espacial

Nesta seção busca-se apresentar os conceitos de geometria espacial necessários para o desenvolvimento das atividades propostas.

Segundo Grillo,

> A Geometria Espacial é o estudo da Geometria no espaço, em que estudamos tipicamente as figuras que possuem mais de duas dimensões. Essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais e as mais conhecidas são: prismas, cubos, paralelepípedos, pirâmides, cones, cilindros e a esfera. (GRILLO, 2014, p. 25).

Neste trabalho, utilizam-se os conceitos de geometria espacial para a determinação de áreas e volumes dos diferentes sólidos geométricos. Sólidos esses que modelam as situações problematizadas nas atividades propostas.

Os conceitos de geometria espacial, tanto quanto os de geometria plana, encontram vasta aplicabilidade para um técnico em agropecuária. Pode-se citar, como exemplos, a medição de áreas, de produtividade de lavouras, o dimensionamento de açudes, a aferição da precipitação pluviométrica, entre outros.

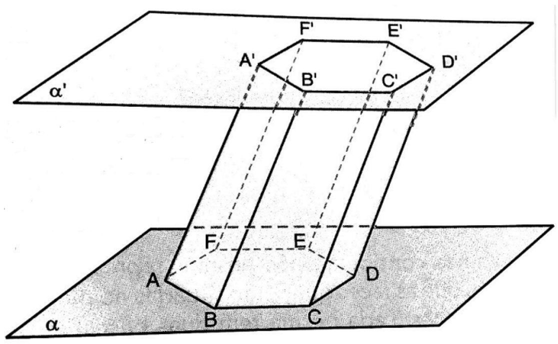
Para as definições que seguem deve-se levar em consideração os conceitos básicos da geometria plana e ainda os conceitos de posições relativas de retas e planos que podem ser encontrados em Dolce e Pompeo (2005a), em Neto (2013) ou, ainda, em Lima et al. (2006). Abordam-se, aqui, alguns conceitos relevantes para o desenvolvimento das atividades propostas nesse trabalho.

3.3.1 Prismas

Definição 3.3.1. Seja um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABCD\ldots MN$ situado num plano α e um segmento de reta AA', cuja reta suporte intercepta o plano

α. Chama-se prisma (ou prisma convexo) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a AA', com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semi-espaço dos determinados por α (Figura 19) (DOLCE; POMPEO, 2005a).

Figura 19 – Prisma.



Fonte: Geometria dos sólidos I (LONGEN, 2006a).

Neste trabalho, especificamente, trabalhou-se somente com os prismas retos de base quadrangular e de base hexagonal regular.

3.3.1.1 Área da base

A área da base(A_b) de um prisma é dada pela área do polígono que determina esta base.

3.3.1.2 Área lateral

A área lateral (A_l) de um prisma é determinada pela soma das áreas de suas faces laterais.

3.3.1.3 Área total

A área total (A_t) de um prisma é dada pela soma da área lateral com as áreas das duas bases. Então, têm-se:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b.$$

3.3.1.4 Volume de Prismas

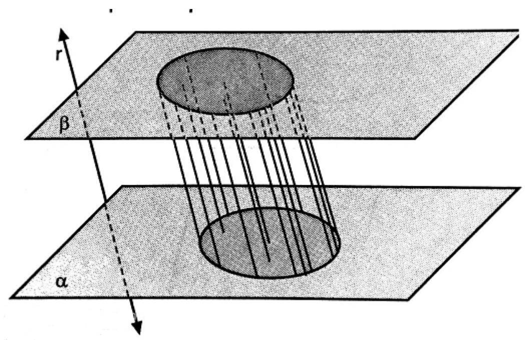
Considerando um prisma P, de altura h e área da base A_b, o volume desse prisma (V) é o produto da área da base pela medida da sua altura. Ou seja:

$$V = A_b \cdot h.$$

3.3.2 Cilindro

Definição 3.3.2. Considere um círculo (região circular) de centro O e raio r, situado num plano α, e um segmento de reta PQ, não nulo, não paralelo e não contido em α. Chama-se cilindro circular ou cilindro a reunião dos segmentos congruentes e paralelos a PQ, com uma extremidade nos pontos do círculo e situados num mesmo semi-espaço dos determinados por α (Figura 20) (DOLCE; POMPEO, 2005a).

Figura 20 – Cilindro.



Fonte: Geometria dos sólidos II (LONGEN, 2006b).

3.3.2.1 Área da base

A área da base(A_b) de um cilindro é dada pela área do círculo de raio r que determina esta base. Ou seja:

$$A_b = \pi \cdot r^2.$$

3.3.2.2 Área lateral

A área lateral (A_l) de um cilindro é determinada pelo produto entre o perímetro do círculo que forma a base e a altura do cilindro. Então, tem-se:

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h.$$

3.3.2.3 Área total

A área total (A_t) de um cilindro é dada pela soma da área lateral com as áreas das duas bases. Então, têm-se:

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b \Rightarrow A_t = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_t = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r).$$

3.3.2.4 Volume do cilindro

Dado um cilindro de área da base A_b e altura h , seu volume é definido pelo produto da área de sua base pela medida de sua altura. Logo:

$$V = A_b \cdot h,$$

ou

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h,$$

onde r é o raio do círculo que forma a base.

3.3.3 Cone

Definição 3.3.3. Seja um círculo (região circular) de centro O e raio r situado num plano α e um ponto V fora de α. Chama-se cone circular ou cone a reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra nos pontos do círculo (Figura 21) (DOLCE; POMPEO, 2005a).

O cone possui:

- **uma base**: determinada pelo círculo de centro O;
- **geratrizes**: são os segmentos de reta com extremidades em V e nos pontos da circunferência da base;
- **vértice**: o ponto V;
- **altura**: é a distância entre o vértice V e o plano α da base.

Ainda, segundo Dolce e Pompeo (DOLCE; POMPEO, 2005a), os cones podem ser classificados pela posição da reta VO em relação ao plano da base:

- Se a reta VO é oblíqua ao plano da base, temos um cone circular olíquo.
- Se a reta VO é perpendicular ao plano da base, temos um cone circular reto.

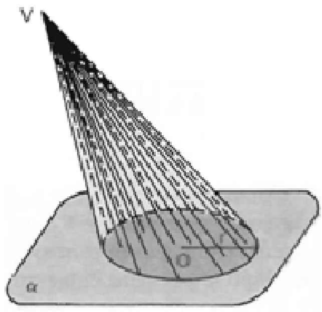
O cone circular reto é também chamado cone de revolução, pois é gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus catetos.

Logo, para o cone circular reto, vale a relação:

$$g^2 = h^2 + r^2,$$

onde g é a geratriz, h é a altura e r é o raio da base do cone.

Figura 21 – Cone



Fonte: Geometria dos sólidos II (LONGEN, 2006b).

3.3.3.1 Área lateral

A área lateral (A_l) de um cone circular reto de raio da base r e geratriz g é equivalente a um setor circular de raio g e comprimento de arco $2 \cdot \pi \cdot r$. Portanto, a área lateral de um cone circular reto é dada por:

$$A_l = \pi \cdot r \cdot g.$$

3.3.3.2 Área total

A área total (A_t) de um cone é dada pela soma da área lateral (A_l) com a área da base (A_b). Então, tem-se:

$$A_t = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_t = \pi \cdot r \cdot (g + r).$$

3.3.3.3 Volume do cone

O volume de um cone é um terço do produto da área da base (A_b) pela medida da altura h. Tem-se:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h,$$

onde r é o raio da base.

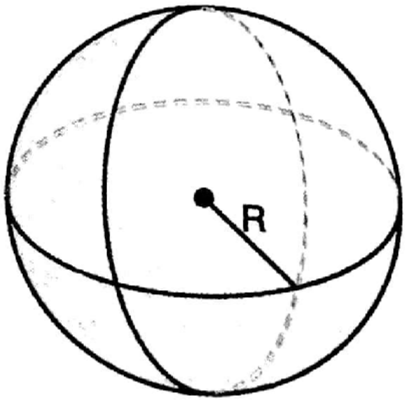
3.3.4 Esfera

Definição 3.3.4. Seja um ponto O e um segmento de medida R. Chama-se de esfera de centro O e raio R ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja menor ou igual a R.

A esfera é também o sólido gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro (DOLCE; POMPEO, 2005a) (Figura 22).

Denomina-se hemisfério, ou semi-esfera, uma das duas partes da esfera, quando seccionada na circunferência maior.

Figura 22 – Esfera.



Fonte: Geometria dos sólidos II (LONGEN, 2006b).

3.3.4.1 Volume da esfera

O volume da esfera de raio R é dado pela expressão

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3,$$

onde r é o raio da esfera.

O próximo capítulo apresenta as atividades propostas seguidas de uma alternativa de resolução. É apresentada, também, uma breve descrição do projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola, o desencadeador das ações interdisciplinares.

4 Atividades Propostas

Neste capítulo são apresentadas quatro atividades que abordam conceitos de proporcionalidade, geometria plana e geometria espacial. O objetivo inicial é, além de trabalhar conceitos que estão previstos na ementa da disciplina de Matemática, propor momentos de interdisciplinaridade com a disciplina de Hidráulica Agrícola e a elaboração do seu projeto final de avaliação.

As Figuras 23 e 24 apresentam as ementas das disciplinas de Matemática e Hidráulica Agrícola, onde percebe-se implicitamente a relação entre os conceitos trabalhados.

Figura 23 – Ementa da disciplina de Matemática.

Serviço Público Federal
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense
Pró-Reitoria de Ensino

DISCIPLINA: Matemática V	
Vigência: a partir de 2017/1	**Período letivo:** 5º semestre
Carga horária total: 30 h	**Código:** BG.DE.175
Ementa: Estudo dos saberes específicos da Matemática e sua contextualização através de investigações e resolução de situações-problema. Introdução e aprofundamento de conceitos de Geometria Espacial, com suas aplicações em situações-problema.	

Conteúdos

UNIDADE I – Poliedros
- 1.1 Relação de Euler
- 1.2 Cubo e Paralelepípedo
- 1.3 Prismas retos
- 1.4 Pirâmides
- 1.5 Sólidos de Platão
- 1.6 Áreas e Volumes

UNIDADE II – Corpos Redondos
- 2.1 Cilindro
- 2.2 Cone
- 2.3 Esfera

Bibliografia básica

DANTE, L. R. **Matemática**, 2ª série – Ensino Médio. São Paulo: Editora Ática, 2006.
IEZZI, G. *et al*. **Matemática – Ciência e Aplicações**, Volume 2. São Paulo: Saraiva, 2010.
DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 2ª Série. São Paulo: Ática, 2008.

Bibliografia complementar

BIANCHINI, E. PACCOLA, H. **Matemática**, 2ª série – Ensino Médio. São Paulo, Editora Moderna. 2004.
PAIVA, M. **Matemática.** Volume único, São Paulo: Editora Moderna, 2002.
GIOVANNI, J. L. e BONJORNO, J. R. **Matemática do Ensino Médio.** 2ª série. São Paulo: FTD, 2008.
RIBEIRO, J. **Matemática:** Ciência, Linguagem e Tecnologia**.** Volume 3. São Paulo: Scipione, 2010.
SOUZA, J. **Novo Olhar Matemática.** Volume 3. São Paulo: FTD, 2013.

Fonte: Catálogo de cursos do IFSul. Disponível em:http://intranet.ifsul.edu.br/catalogo/curso/3

Figura 24 – Ementa da disciplina de Hidráulica Agrícola.

Serviço Público Federal
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense
Pró-Reitoria de Ensino

DISCIPLINA: Hidráulica Agrícola	
Vigência: a partir de 2017/1	**Período letivo:** 5º semestre
Carga horária total: 45 h	**Código:** BG.DE.174
Ementa: Aprofundamento sobre a utilização da água na agricultura. Conceitos de hidrologia e captação de água. Busca de compreensão sobre fundamentos de hidráulica agrícola e princípios básicos da hidrostática e hidrodinâmica. Estudos sobre condução de água (forçada e livre) e máquinas hidráulicas. Conhecimento dos fundamentos teóricos e práticos do uso da hidráulica aplicada a agricultura.	

Conteúdos

UNIDADE I - A Água na Agricultura
- 1.1 Hidronegócio
- 1.2 Classes de uso da água
- 1.3 Usos da água no setor agropecuário
- 1.4 Ciclo hidrológico
- 1.5 Bacias hidrográficas
- 1.6 Exemplos aplicados ao meio rural

UNIDADE II - Fundamentos de Hidráulica Agrícola
- 2.1 Conceituação, divisão e objetivos da Hidráulica Agrícola

UNIDADE III - Princípios Básicos de Hidrostática e Hidrodinâmica
- 3.1 Pressão dos líquidos: unidades e aparelhos de medida
- 3.2 Tipos de movimento e regime de escoamento dos líquidos
- 3.3 Vazão de líquidos - equação da continuidade
- 3.4 Teorema de Bernoulli
- 3.5 Perda de energia no escoamento dos líquidos

UNIDADE IV - Condução de Água
- 4.1 Condutos livres
  - 4.1.1 Definição, tipos e formas
  - 4.1.2 Elementos geométricos e hidráulicos
  - 4.1.3 Parâmetros e fórmulas usuais para o dimensionamento
  - 4.1.4 Secções de máxima eficiência
  - 4.1.5 Aplicação de condutos livres em irrigação e drenagem
- 4.2 Condutos sob pressão – encanamentos
  - 4.2.1 Definição, materiais empregados e diâmetros comerciais
  - 4.2.2 Fórmulas usuais e uso de nomogramas e ábacos para o dimensionamento de tubulações
  - 4.2.3 Sifões verdadeiros e invertidos
  - 4.2.4 Distribuição de água em propriedades rurais

UNIDADE V - Máquinas Hidráulicas
- 5.1 Motobombas para uso agrícola

Fonte: Catálogo de cursos do IFSul. Disponível em:http://intranet.ifsul.edu.br/catalogo/curso/3

4.1 O projeto de Hidráulica Agrícola e a disciplina de Matemática

A construção desse projeto originou-se a partir de uma colaboração entre os professores de Matemática e de Hidráulica Agrícola, resultado da percepção, por parte dos docentes, das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes ao trabalharem conceitos de geometria. Em reunião entre os professores das duas disciplinas, decidiu-se que a disciplina de Matemática iria proporcionar situações que auxiliassem os alunos na construção dos conceitos necessários para o desenvolvimento do projeto de Hidráulica Agrícola.

O referido projeto (Figuras 25 e 26), a ser desenvolvido durante o semestre, pede que os alunos simulem uma propriedade rural e a distribuição de água para atender suas demandas.

É solicitado aos alunos que atendam aos seguintes itens:

- Cálculo da captação de água possível.
- Dimensionamento e apresentação de croqui de um açude para armazenamento de água.
- Cálculo das vazões requeridas.
- Cálculo dos diâmetros das tubulações.
- Cálculo das perdas de carga.
- Dimensionamento e escolha de motobombas.

Figura 25 – Projeto de Hidráulica Agrícola (p. 1).

INSTITUTO FEDERAL SUL-RIOGRANDENSE
CAMPUS BAGÉ

PROJETO FINAL DE HIDRÁULICA AGRÍCOLA (Peso 3,0)

- Máximo em duplas;
- Deve ser entregue relatório contendo: Memorial de cálculos, plantas, catálogos, etc...
- A apresentação dos trabalhos irá ocorrer nos dias: final do semestre antes da segunda prova, no horário de aula, seguindo a ordem de sorteio. Podendo ser utilizado ferramentas de apresentação, tempo por grupo 10 min. + ou – 5min..

- Informações do projeto:

- Simule uma propriedade rural, realizando a distribuição de água para atender as demandas desta.

- Inicie realizando um croqui da sua distribuição das instalações na propriedade (informações por grupo);
    - sede;
    - suínos;
    - bovinos;
    - horta;
    - pomar;
    - lavoura.
- Calcule a captação de água possível;
- Dimensione e apresente no croqui um açude para armazenar a água;
- Calcule as vazões requeridas;
- Calcule os diâmetros das tubulações;
- Calcule as perdas de carga;
- Dimensione e escolha uma ou mais motobombas comerciais para atender as atividades,
- Faça uma lista de materiais a serem adquiridos com orçamento.

A área é utilizada para os usos que foram repassados nas informações individuais; considere a precipitação média anual de Bagé de 1474 mm; com solo argiloso.

Informações específicas para cada grupo:

Grupo 1	4 moradores; 20 bovinos adultos; horta para família; 100 hectares de milho.
Grupo 2	10 moradores; 10 bovinos adultos; horta comercial; 80 hectares de soja.
Grupo 3	4 moradores; 30 bovinos adultos; horta para família; 50 hectares de soja.
Grupo 4	5 moradores; 40 bovinos adultos; horta comercial; 50 hectares de milho.
Grupo 5	5 moradores; 20 bovinos adultos; 100 pés de tomate; 40 hectares de milho.
Grupo 6	6 moradores; 20 bovinos adultos; horta para família; 100 hectares de soja.
Grupo 7	10 moradores; 10 bovinos adultos;1000 pés de tomate; 60 hectares de milho.
Grupo 8	8 moradores; 10 bovinos adultos; 1000 pés de laranja; 25 hectares de milho.

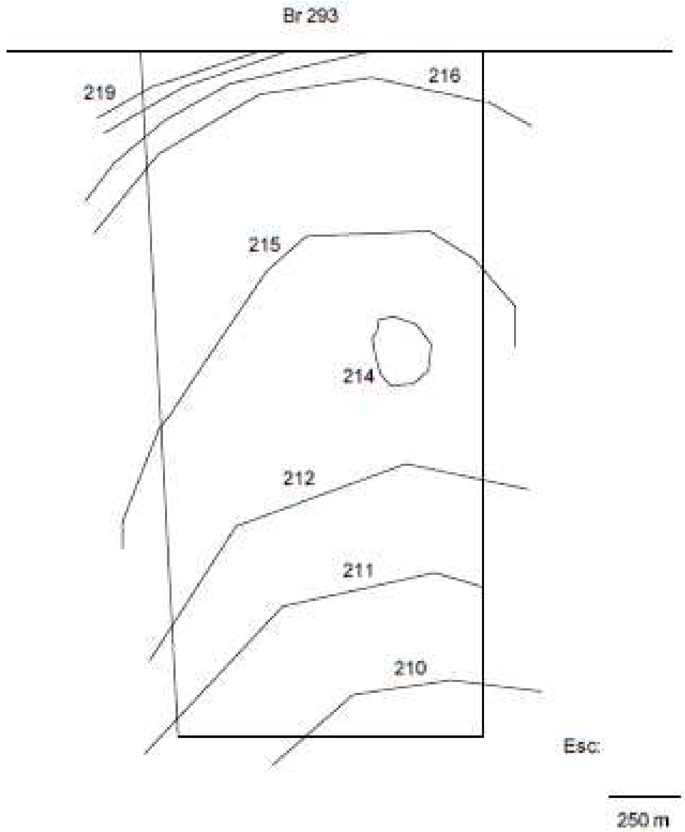
Fonte: Material cedido pelo professor da disciplina de Hidráulica Agrícola.

Figura 26 – Projeto de Hidráulica Agrícola (p. 2).

INSTITUTO FEDERAL SUL-RIOGRANDENSE
CAMPUS BAGÉ

Planta baixa da área da propriedade:

A área é utilizada para os usos que foram repassados nas informações individuais; considere a precipitação média anual de Bagé de 1474 mm; com solo argiloso.



Bom Trabalho!

Fonte: Material cedido pelo professor da disciplina de Hidráulica Agrícola.

As atividades aqui propostas, envolvem a resolução de problemas, a construção de sólidos, uma atividade prática, apoiada nos conceitos de volume de prismas ou cilindro e, ainda, a construção de uma maquete direcionada aos conceitos de construção de sólidos e proporcionalidade.

Embora a geometria seja a área da matemática na qual se encontra a maior receptividade entre os alunos, o que pode ser atribuído a sua concretude, no sentido de poder observar objetos palpáveis na sua volta, que assumem as formas ali estudadas, ou a sua aplicabilidade em situações do cotidiano, como o cálculo de áreas e volumes, ainda tem-se o desafio de romper com a prática de fornecer uma extensa lista de fórmulas para que o aluno decida qual a que melhor se encaixa em cada situação proposta. Este projeto prevê uma proposta de criar situações concretas (ou que se aproximem disso) e com aplicabilidade na área de formação dos estudantes, no intuito de dar significado às aprendizagens.

Para as atividades 1 e 3 são apresentadas possíveis soluções para cada questão, uma vez que as soluções não são obtidas de forma única. Já para a atividade 2, a solução irá depender do recipiente escolhido pelos alunos. No que se refere à atividade 4, a proposta é a construção de uma maquete obedecendo determinada escala.

4.2 Público-alvo

O público-alvo das atividades são alunos do 5º semestre do Curso Técnico em Agropecuária do Instituto Federal Sul-Riograndense de Educação Ciência e Tecnologia – Campus Bagé. Porém, as atividades podem ser aplicadas a alunos do terceiro ano do ensino médio, procurando contextualizá-las conforme o público-alvo.

4.3 Objetivo Geral

Aplicar e relacionar os conceitos da geometria plana e geometria espacial no desenvolvimento do projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola.

A seguir são descritas as atividades.

4.4 Atividade 1

4.4.1 Conteúdos abordados

Área de polígonos, volume de paralelepípedo e volume de prisma de base hexagonal.

4.4.2 Pré-requisitos

Para a realização da atividade 1 é necessário que o aluno domine os seguintes conceitos:

- Proporcionalidade.
- Escalas.
- Cálculo de área de triângulos usando a fórmula Heron.
- Cálculo de volume de prismas.
- Relação entre m^3 e litros.

4.4.3 Duração

A duração prevista para a realização da atividade 1 é de 02 (duas) horas aula.

4.4.4 Objetivos Específicos

Aplicar os conceitos da geometria plana e geometria espacial para o cálculo de área de polígonos, volume de prisma de base quadrangular (paralelepípedo), volume de prisma de base hexagonal e proporção.

4.4.5 Recomendações metodológicas

A atividade 1 está prevista para ser desenvolvida em sala de aula. Os alunos que compõem a turma serão divididos em grupos compostos de 3 alunos. Mais especificamente, neste trabalho, os 15 alunos que compõem a turma serão divididos em 5 grupos de 3 alunos cada. O número de alunos, bem como o número de grupos, pode variar de acordo com o tamanho da turma e a necessidade do professor. Os exercícios propostos serão entregues para os alunos em folhas impressas que deverão ser devolvidas, junto com a resolução dos exercícios, após a conclusão da atividade. O professor pode optar por escrever os exercícios no quadro e solicitar que os alunos copiem e entreguem, juntamente com a solução, ao final da atividade 1.

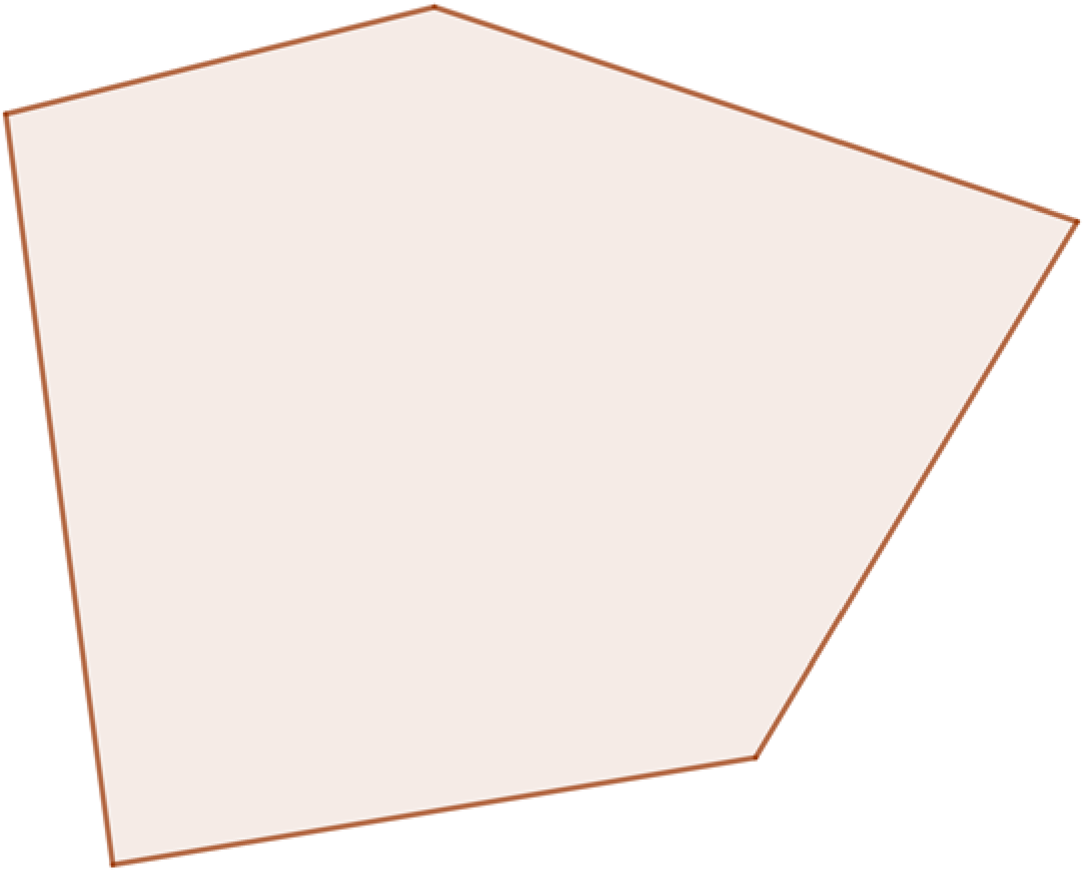
4.4.6 Material necessário

Serão entregues réguas para os grupos e permitido o uso de calculadoras, inclusive do celular. Recomenda-se que o professor tenha um kit com régua, transferidor, compasso, tesoura e calculadora.

4.4.7 Descrição dos exercícios que compõem a Atividade 1

Exercício 1. O polígono apresentado na Figura 27 representa os limites de um campo que receberá o plantio de pastagem e foi construído sob a escala 1:12500. Sabendo que 1 hectare (1 ha) corresponde a uma área de 10000 m^2, determinar a área dessa pastagem em hectares.

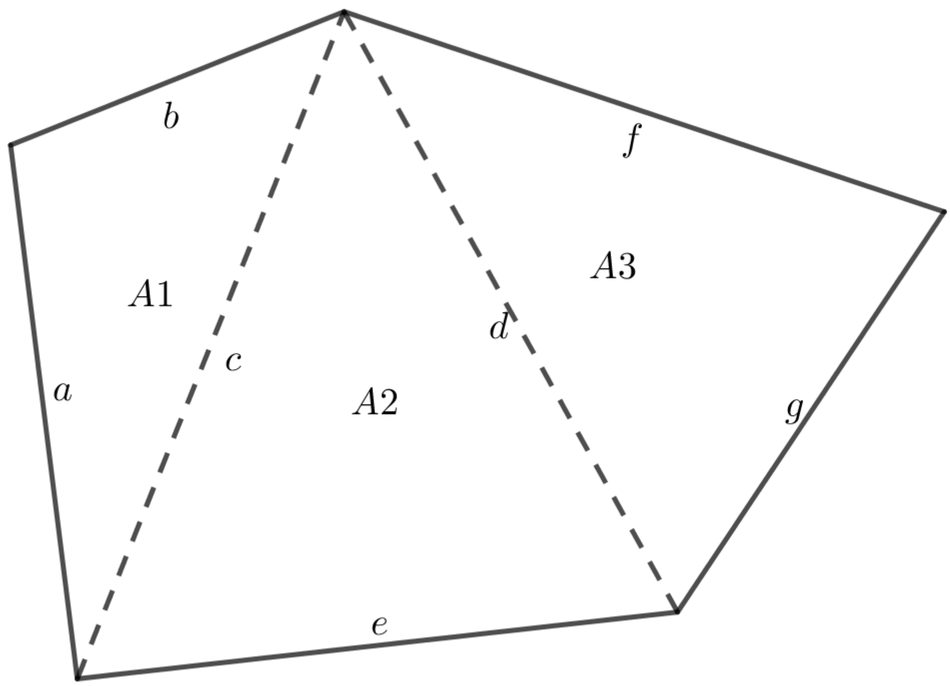
Figura 27 – Polígono para o exercício 1.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Solução proposta: É esperado que inicialmente o educando divida o polígono em três triângulos. Uma possibilidade segue na Figura 28:

Figura 28 – Polígono para a solução proposta do exercício 1.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Logo após, com o auxílio de uma régua deve-se medir os lados dos triângulos formados, aplicar a escala para determinar suas dimensões reais em metros e calcular suas respectivas áreas, aqui denominadas $A1$, $A2$ e $A3$. A área A do polígono será obtida pela soma das áreas dos triângulos, ou seja, $A = A1 + A2 + A3$.

Com base na escala fornecida, transformar as medidas encontradas no desenho (Figura 24) nas medidas reais:

$$a = 10 \text{ cm} \Rightarrow a = 1250 \text{ m};$$

$$b = 6 \text{ cm} \Rightarrow b = 750 \text{ m};$$

$$c = 12 \text{ cm} \Rightarrow c = 1500 \text{ m};$$

$$d = 8,5 \text{ cm} \Rightarrow d = 1062,5 \text{ m};$$

$$e = 11 \text{ cm} \Rightarrow e = 1375 \text{ m};$$

$$f = 9 \text{ cm} \Rightarrow f = 1125 \text{ m};$$

e

$$g = 8,5 \text{ cm} \Rightarrow g = 1062,5 \text{ m}.$$

Calcula-se $A1$, através da aplicação da Fórmula de Heron, equação (3.1):

$p = \dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{1250 \text{ m} + 750 \text{ m} + 1500 \text{ m}}{2} = 1750 \text{ m}.$

Dessa forma, $A1 = \sqrt{1750 \text{ m} \cdot (1750 - 1250) \text{ m} \cdot (1750 - 750)\text{m} \cdot (1750 - 1500)\text{m}}.$

Ou seja, $A1 = \sqrt{1750 \text{ m} \cdot 500 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} \cdot 250 \text{ m}} \approx 467707,17\text{m}^2.$

Calcula-se $A2$, através da aplicação da Fórmula de Heron, equação (3.1):

$p = \dfrac{c+d+e}{2} = \dfrac{1500 \text{ m} + 1062,5 \text{ m} + 1375 \text{ m}}{2} = 1968,75 \text{ m}.$

Dessa forma,

$A2 = \sqrt{1968,75 \text{ m} \cdot (1968,75 - 1500) \text{ m} \cdot (1968,75 - 1062,5) \text{ m} \cdot (1968,75 - 1375) \text{ m}}.$

Ou seja, $\sqrt{1968,75 \text{ m} \cdot 468,75 \text{ m} \cdot 906,25 \text{ m} \cdot 593,75 \text{ m}} \approx 704679,68 \text{ m}^2.$

Calcula-se $A3$, através da aplicação da Fórmula de Heron, equação (3.1):

$p = \dfrac{e+f+g}{2} = \dfrac{1375 \text{ m} + 1125 \text{ m} + 1062,5 \text{ m}}{2} = 1781,25 \text{ m}.$

Dessa forma,

$A3 = \sqrt{1781,25 \text{ m} \cdot (1781,25 - 1375) \text{ m} \cdot (1781,25 - 1125) \text{ m} \cdot (1781,25 - 1062,5) \text{ m}}.$

Ou seja, $\sqrt{1781,25 \text{ m} \cdot 406,25 \text{ m} \cdot 656,25 \text{ m} \cdot 718,75 \text{ m}} \approx 584228,46 \text{ m}^2.$

Logo, a área total A é dada por:

$A = A1 + A2 + A3 \approx 467707,17 \text{ m}^2 + 704679,68 \text{ m}^2 + 584228,46 \text{ m}^2$

$\approx 1756615,31 \text{ m}^2 \approx 175,66 \text{ ha}.$

Exercício 2. (UFMG 2008 - adaptado) Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 80 cm de profundidade. Bombeia-se água para dentro do reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo. Quantos minutos são necessários para se encher completamente esse reservatório?

Solução:

Inicialmente, calcula-se o volume do reservatório:

$v = 8 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} = 32 \text{ m}^3.$

Transformando 32 m^3 para litros tem-se 32000 litros (l).

A taxa de bombeamento da água é, portanto, de

$$2\frac{\text{l}}{\text{s}} = 120\frac{\text{l}}{\text{min}}.$$

Logo, o tempo necessário para encher o reservatório é dado por:

$$\frac{32000 \text{ l}}{120 \frac{\text{l}}{\text{min}}} \approx 266,67 \text{ min}.$$

Exercício 3. Deseja-se construir um reservatório de aço inoxidável para armazenamento de soja, em forma de prisma reto de base hexagonal regular com 2 m de aresta da base e 4 m de altura. Calcular a capacidade de armazenamento desse reservatório, em sacas, sabendo que a densidade da soja é de aproximadamente 720 kg/m^3.

Solução Proposta:

Para calcular a área do hexágono regular, pode-se optar pela divisão em seis triângulos equiláteros congruentes. Neste caso, para o lado medindo 2 m, tem-se:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{(2 \text{ m} + 2 \text{ m} + 2 \text{ m})}{2} = 3 \text{ m}.$$

Calculando-se a área de cada triângulo, empregando-se a Fórmula de Heron, equação (3.1):

$$A_{\text{triângulo}} = \sqrt{3 \text{ m} \cdot (3-2) \text{ m} \cdot (3-2) \text{ m} \cdot (3-2) \text{ m}} = \sqrt{3 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}} = \sqrt{3} \text{ m}^2.$$

Portanto a área do hexágono é dada por,

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2.$$

Calculando o volume do sólido:

$$V = 6 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ m} = 24\sqrt{3} \text{ m}^3 \text{ m}^2 \approx 41,57 \text{ m}^3.$$

Considerando a densidade aproximada da soja como 720 kg/m^3, a massa (m) será dada por:

$$m = 41,57 \text{ m}^3 \cdot 720 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 29930,4 \text{ kg}.$$

Sendo 60 kg a medida padrão para a saca de soja, tem-se:

$$\frac{29930,4}{60} = 498,84.$$

Logo, o reservatório tem a capacidade de armazenar aproximadamente 498 sacas de soja.

4.5 Atividade 2

4.5.1 Conteúdos abordados

Área de polígonos, área de círculo, volume de prismas e volume de cilindro.

4.5.2 Pré-requisitos

Para a realização da atividade 2 é necessário que o aluno domine os seguintes conceitos:

- Cálculo da área de círculo.
- Cálculo da área de polígonos.
- Cálculo do volume de cilindro.
- Cálculo de volume de prismas.
- Relação entre cm^3 e mililitros.

4.5.3 Duração

A duração prevista para a realização da atividade 2 se divide em um intervalo de 24 horas para a coleta da água da chuva e 02 (duas) horas aula para os cálculos relativos ao material colhido.

4.5.4 Objetivos Específicos

Aplicar os conceitos da geometria plana e geometria espacial para o cálculo de índice pluviométrico.

4.5.5 Recomendações metodológicas

A atividade 2 está prevista para ocorrer em dois momentos: o primeiro, com duração de 10 a 15 minutos, quando os alunos instalarão seus recipientes de coleta e o segundo, que demandará 2 h/a em que farão a coleta dos recipientes, verificação do volume de água coletado, os cálculos necessários e iniciarão os relatórios.

Os alunos, individualmente ou em duplas, deverão escolher um recipiente não graduado, do qual consigam calcular a área da abertura superior para coletar água da chuva pelo período de vinte e quatro horas, nas dependências do campus.

Após a coleta, a água coletada deverá ser transferida para um copo de Béquer (Figura 29) para verificar o volume coletado. À partir do volume encontrado e conhecendo a área de coleta do recipiente escolhido, determinar o índice pluviométrico do período observado.

Finalizada a atividade, os alunos devem elaborar um relatório descrevendo a atividade e apresentando o cálculo do índice pluviométrico. Sugere-se que o professor forneça um modelo contendo os itens que julga serem importantes na elaboração deste instrumento. Cabe salientar, também, a importância deste tipo de atividade principalmente em formação técnica, pois estará desenvolvendo no aluno a habilidade de formalização de suas ações.

Figura 29 – Copo de Béquer.

Fonte: Americanas.com. Disponível em:
https://www.americanas.com.br/busca/copo-de-bequer-vidro.

4.5.6 Material necessário

- Recipiente para coleta da água da chuva, podendo ser balde, pote de sorvete, lata de biscoito, entre outros, a ser providenciado pelos alunos.
- Régua ou fita métrica, fornecidas pelo professor.
- Copo de Béquer.

Solução proposta:

Sabendo que índice pluviométrico é a altura, em milímetros, de água de chuva acumulada em uma área de 1 m^2, para determiná-lo, basta conhecer a área de captação do recipiente escolhido e o volume de água coletado.

Como o volume de água coletado pode ser representado por um prisma, ou um cilindro, dependendo do recipiente escolhido, basta aplicar a relação

$$h = \frac{v}{A_b},$$

onde h representa a altura de água precipitada, v representa o volume de água coletado e A_b refere-se à área de coleta da água.

O valor encontrado para a altura h deve ser apresentado em milímetros, pois esta é a unidade padrão para o índice pluviométrico.

4.6 Atividade 3

4.6.1 Conteúdos abordados

Volume de cilindro, volume de hemisfério, área lateral e volume de cone e área e ângulo central de setor circular.

4.6.2 Pré-requisitos

Para a realização da atividade 3 é necessário que o aluno domine os seguintes conceitos:

- Precipitação volumétrica.
- Cálculo de volume de cilindro.
- Cálculo de área de círculo.
- Cálculo de volume de cone.
- Cálculo de área lateral de cone.
- Cálculo do ângulo central do setor circular.
- Relação entre m^3 e litros ou cm^3 e mililitros.

4.6.3 Duração

A duração prevista para a realização da atividade 3 é de 02 (duas) horas aula.

4.6.4 Objetivos Específicos

Aplicar os conceitos da geometria plana e geometria espacial para o cálculo de área de setor circular, volume de cone, volume de cilindro e índice pluviométrico.

4.6.5 Recomendações metodológicas

A atividade 3 está prevista para ser desenvolvida em sala de aula. Os alunos que compõem a turma serão divididos em grupos de 2 ou 3 alunos cada. Mais especificamente, neste trabalho, os 15 alunos que compõem a turma serão divididos em 6 grupos. O número de alunos, bem como o número de grupos, pode variar de acordo com o tamanho da turma e a necessidade do professor. Os exercícios propostos serão entregues para os alunos em folhas impressas que deverão ser devolvidas, junto com a resolução dos exercícios, após a conclusão da atividade. O professor pode optar por escrever os exercícios no quadro e solicitar que os alunos copiem e entreguem, juntamente com a solução, ao final da atividade 3. Também será entregue o material necessário para confecção do sólido do Exercício 3.

4.6.6 Material necessário

Serão entregues réguas, compassos, transferidores, fita adesiva, copo plástico e folhas de papel resistente (cartolina, papel cartaz, ...) para os grupos e permitido o uso de calculadoras, inclusive do celular.

4.6.7 Descrição dos exercícios que compõem a Atividade 3

Exercício 1. Um pluviômetro em formato de cilindro reto com 32 cm de diâmetro, inicialmente vazio, coletou água da chuva durante 24 horas. A água acumulada no recipiente neste período chegou a 2 litros. Determine a precipitação, em milímetros, desta região nas 24 horas.

Solução:

Seja d o diâmetro e r o raio da base do cilindro e sabendo que 1 litro equivale a 1000cm^3, têm-se:

$$d = 32 \text{ cm} \Rightarrow r = 16 \text{ cm}; v = 2 \text{ l} = 2000 \text{ cm}^3.$$

Adotando $\pi = 3,14$:

$$2000 \text{ cm}^3 = 3,14 \cdot (16 \text{ cm})^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{2000 \text{ cm}^3}{803,84 \text{ cm}^2} \approx 2,49 \text{ cm}.$$

Logo, a precipitação desta região no período de 24 horas foi de aproximadamente $24,9$ mm.

Exercício 2. Um açude, de formato hemisférico, com 20 m de raio, tem capacidade para armazenar quantos litros de água?

Solução:

Dado que o volume de um hemisfério pode ser relacionado à metade do volume de uma esfera de mesmo raio e adotando $\pi = 3,14$, podemos usar a relação do volume de uma esfera e ao final dividir por dois, ou usar a relação equivalente que segue:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot (20 \text{ m})^3}{3} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8000 \text{ m}^3}{3} \approx 16\,746,67 \text{ m}^3.$$

Logo, o açude tem capacidade de armazenar aproximadamente 16 746 670 litros de água.

Exercício 3. Construa, com o material fornecido, um cone reto de dimensões a livre escolha, com capacidade de 200 mililitros.

Obs.: Posteriormente, verificar com copo plástico de mesma capacidade.

Solução proposta:

Para resolver este exercício é necessário construir um setor circular (Figura 17), que ao ser “fechado”, dará forma ao cone solicitado.

Para tanto, basta atribuir um valor para o raio (r) da base ou para a altura(h) do cone que deseja-se construir e através da relação que expressa o volume de um cone encontraremos a medida faltante, já que conhecemos o volume do cone a ser construído.

Determinados o raio da base e a altura do cone, encontra-se, pela relação $g^2 = h^2 + r^2$ a geratriz do cone, que será o raio do setor circular que pretende-se construir.

Portanto, organizando de forma conveniente as duas relações para área do setor circular, citadas na seção 3.2.18.1, tem-se

$$\alpha = \frac{r}{g} \cdot 360°.$$

Encontrados o valor da geratriz g, que será o valor do raio e o ângulo α do setor circular que representa a área do cone, basta construí-lo com régua e compasso e recortar e "fechar"o cone.

Construído o sólido, deve-se verificar se a quantidade de material escolhido para a aferição (no nosso caso areia) que enche o copo plástico, cabe no cone.

4.7 Atividade 4

4.7.1 Conteúdos abordados

Área de polígonos, área de círculo, volume de sólidos geométricos.

4.7.2 Pré-requisitos

Para a realização da atividade 4 é necessário que o aluno domine os seguintes conceitos:

- Escalas;
- Cálculo de volume de sólidos;
- Relação entre m^3 e litros.

4.7.3 Duração

A atividade foi planejada para ser realizada fora da sala de aula, logo cada grupo dedicará um tempo diferente para a realização da tarefa. Estima-se que de 2 a 3 horas aula sejam suficientes para a realização da atividade. Foram disponibilizados, também, os horários de atendimento extraclasse, que os alunos dessa escola têm disponível para cada disciplina, caso tivessem dúvidas na realização da atividade.

4.7.4 Objetivos Específicos

Aplicar os conceitos da geometria plana, geometria espacial e escala para a construção de uma maquete que represente o açude dimensionado no projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola.

4.7.5 Recomendações metodológicas

A atividade 4 está prevista para ser realizada em horário extraclasse, com possibilidade de orientação com o professor da disciplina nos horários de atendimento disponibilizados pelos professores, em turno inverso, para cada turma. Caso esta orientação no turno inverso não possa se efetivar, o professor pode disponibilizar alguns minutos de cada aula para verificar o andamento da execução da atividade.

Os alunos, organizados conforme os grupos formados para o projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola, deverão, na apresentação do projeto, apresentar uma maquete feita em argila (poderia ser utilizado massa de modelar, isopor, papel machê, ...), do açude dimensionado para o referido projeto, informando a escala utilizada na construção.

5 Relato da aplicação das atividades

Neste capítulo apresenta-se o relato das observações feitas pelo professor durante a aplicação das quatro atividades propostas. Elas foram realizadas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSul), campus Bagé, localizado na avenida Leonel de Moura Brizola, 2501. O campus Bagé começou suas atividades em outubro de 2010, conta, atualmente,com aproximadamente 600 alunos matriculados e oferece os seguintes cursos: Técnico Integrado em Agropecuária, Técnico Integrado em Informática, Engenharia Agronômica, Tecnólogo em Alimentos e Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas.

A atividade 1 foi realizada em 3 (três) aulas de 45 minutos nos dias 19/09/2019 e 26/09/2019. Já a atividade 2 foi proposta para ser realizada em horário extraclasse e os diferentes grupos ficaram monitorando a possibilidade de chuvas, optando por fazer a coleta nos dias 16 e 17/10/2019 e ficando a entrega do relatório para 28/11/2019. A aplicação da atividade 3 foi realizada em sala de aula, ocupando 2 (duas) aulas de 45 minutos, no dia 05/12/2019. Por fim, a atividade 4, que consiste na confecção da maquete do açude, teve sua entrega em 12/12/2019.

Para a realização destas atividades foi selecionada uma turma composta por 15 (quinze) alunos do quinto semestre do Curso Técnico em Agropecuária, do turno da manhã. A turma é formada por 8 (oito) meninas e 7 (sete) meninos, com idades entre 17 (dezessete) e 20 (vinte) anos. Cabe salientar, também, que dos 15 (quinze) alunos matriculados, 4 (quatro) estão cursando a disciplina pela segunda vez, visto não terem atingido aprovação no semestre anterior e 2 (dois), destes quatro, já aprovaram na disciplina de Hidráulica Agrícola, ou seja, 13 (treze) alunos cursam as duas disciplinas.

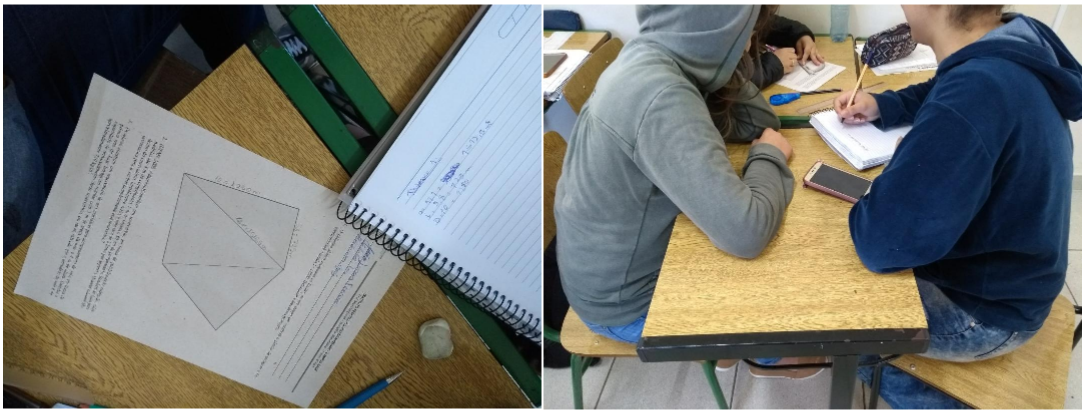
5.1 Atividade 1

A atividade 1 foi prevista para ser desenvolvida em 2 (duas) horas aula, mas o tempo foi insuficiente, uma vez que os alunos não conseguiram concluir os três itens previstos na atividade. Ao final do segundo período, todo material produzido pelos alunos foi recolhido e dada continuidade à atividade na semana seguinte com a destinação de mais um período para conclusão do trabalho.

A turma é composta por quinze alunos e estes foram divididos em cinco grupos de três alunos cada, à livre escolha para a composição destes. Os grupos formados serão aqui chamados de G1, G2, G3, G4 e G5.

Para o desenvolvimento da atividade foram entregues réguas e permitido o uso de calculadoras (Figura 30).

Figura 30 – Aplicação da Atividade 1.



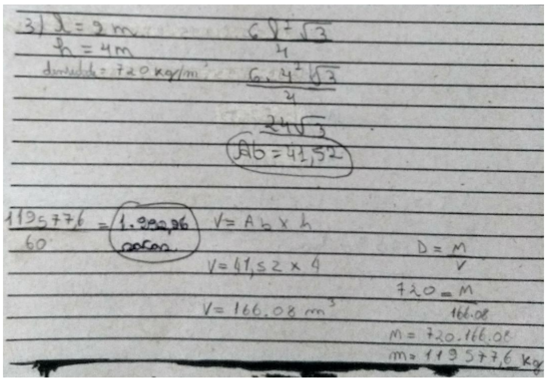
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

O exercício 1 foi o que demandou mais tempo para resolução, tendo a maioria dos grupos utilizado praticamente todos os dois primeiros períodos para tal. A primeira dificuldade observada, à exceção do grupo G4, foi a transformação de escala apresentada no exercício. Para tanto, o professor teve que intervir, lembrando o conceito de escala e sugerindo que as medidas encontradas fossem transformadas em metros e que a área posteriormente encontrada fosse apresentada em hectare (ha), por ser uma medida padrão quando se fala em área rural. Todos os grupos perceberam que a forma mais eficiente para o cálculo da área do polígono seria o método triangulação e, posteriormente, o uso da Fórmula de Heron para as áreas desses triângulos. O grupo G3 apresentou bastante dificuldade no uso da calculadora, necessitando constante mediação do professor. Ao final, todos os grupos obtiveram valores para a área que variaram de 166,49 ha à 175,20 ha.

Para a resolução do exercício 2, apenas o grupo G1 não percebeu que as dimensões do paralelepípedo deveriam estar na mesma unidade para cálculo do volume. A partir daí, todos os grupos conseguiram calcular o volume do sólido em m^3 e, posteriormente, transformá-lo em litros. O tempo necessário para encher o reservatório foi calculado sem necessidade de intervenção.

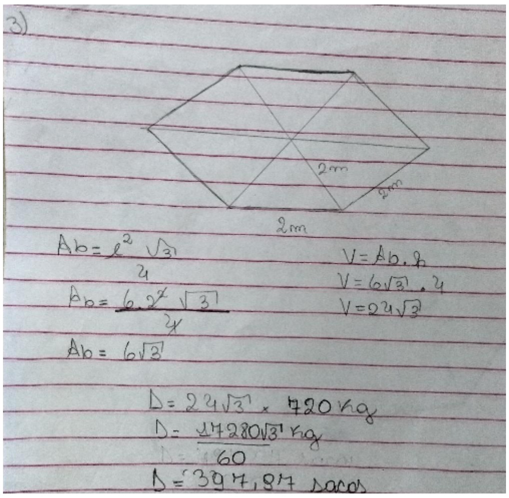
Na resolução do exercício 3, os grupos G1, G4 e G5 não tiveram dificuldades, resolvendo de forma autônoma e correta a questão. O grupo G3 usou de forma incorreta a medida da aresta da base (Figura 31), o que comprometeu o cálculo do volume do sólido. Já o grupo G2 atribuiu valor impreciso para $\sqrt{3}$ (Figura 32), não chegando à resposta correta.

Figura 31 – Atividade 1 - exercício 3. Resolução do grupo G3.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 32 – Atividade 1 - exercício 3. Resolução do grupo G2.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Cabe salientar que a interferência do professor para o desenvolvimento da atividade só ocorreu quando solicitada. Porém, foi percebida uma grande interação entre os alunos de cada grupo com o intuito de concluir a atividade.

Perguntados, ao final da atividade, sobre como avaliaram o que foi proposto, a resposta da turma foi que acharam interessante perceber que o que é trabalhado tem aplicabilidade, principalmente na sua área de formação, e da mesma forma quando um conceito tem relação com outras disciplinas, como a de Hidráulica Agrícola.

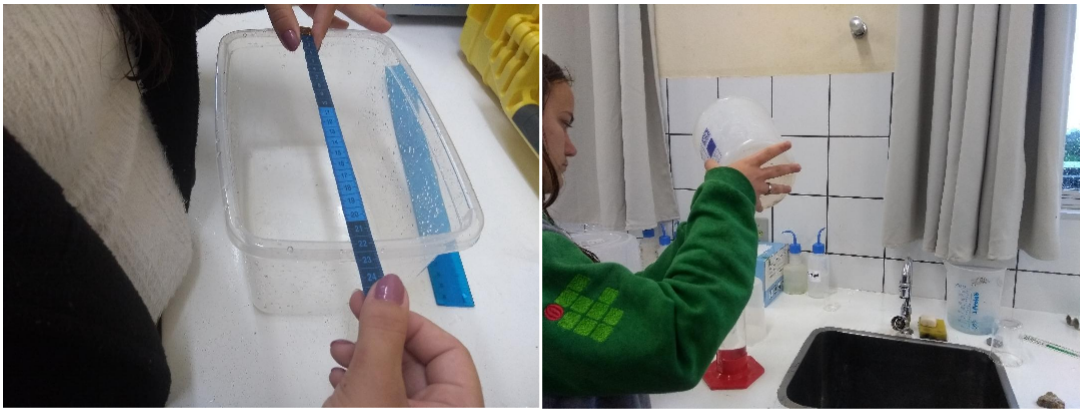
5.2 Atividade 2

Para realizar a atividade 2, os alunos escolheram os mais diferentes recipientes: potes de sorvete, balde, potes de acondicionamento de alimentos e latas de biscoitos. A orientação dada foi que observassem para que a área de captação (boca do recipiente) não fosse muito pequena e que tivesse uma forma plana da qual soubessem calcular a área.

Quando a atividade foi proposta, ficou combinado que se ficaria atento à previsão do tempo para escolher o dia adequado para a coleta. Definiu-se, então, que os recipientes seriam colocados sobre o telhado da cisterna do bloco de convivência do campus, durante o intervalo, no dia 16/09/2019.

No intervalo do dia seguinte, sob muita chuva, os recipientes foram recolhidos e todos foram encaminhados para o laboratório de solos a fim verificar o volume de água (Figura 33). Inicialmente pretendia-se verificar o volume usando copos de Béquer, mas percebeu-se que se perderia em precisão. Em razão disso, optou-se por usar uma proveta graduada.

Figura 33 – Aplicação da Atividade 2.

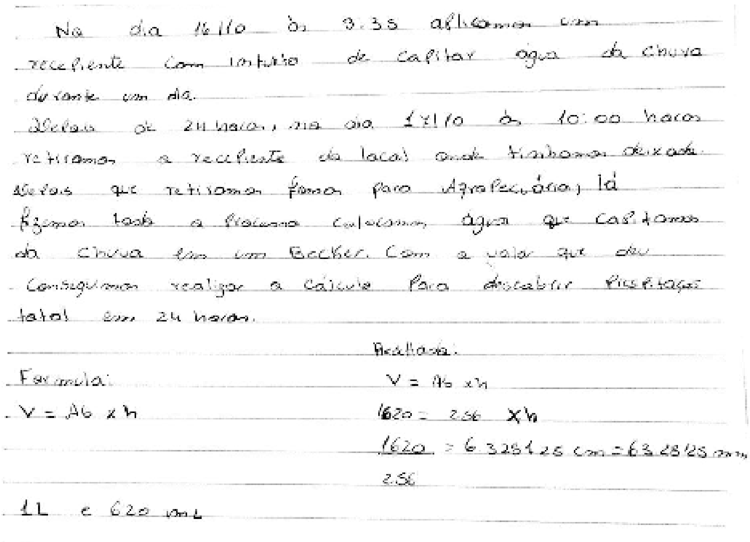


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Os alunos, após a realização da atividade, apresentaram relatórios onde deveriam descrever a atividade de coleta e calcular o índice pluviométrico encontrado, explicando, com cálculos, como chegaram a esse valor.

O pluviômetro da escola acusou uma precipitação de aproximadamente 68 mm no período de realização da atividade e os diferentes grupos, com exceção de um, encontraram valores entre 63 mm (Figura 34) e 72 mm (Figura 35). Apenas um grupo, por razões que não se conseguiu identificar, encontrou uma precipitação de 34 mm (Figura 36).

Figura 34 – Relatório da dupla 3.



No dia 16/10 às 3:35 afixamos um recipiente com intuito de capitar água da chuva durante um dia.
Depois de 24 horas, no dia 17/10 às 10:00 horas retiramos o recipiente do local onde tinhamos deixado.
Depois que retiramos fomos para Agropecuária, lá fizemos todo o processo colocamos água que captamos da chuva em um Becker. Com o valor que deu conseguimos realizar o cálculo para descobrir precipitação total em 24 horas.

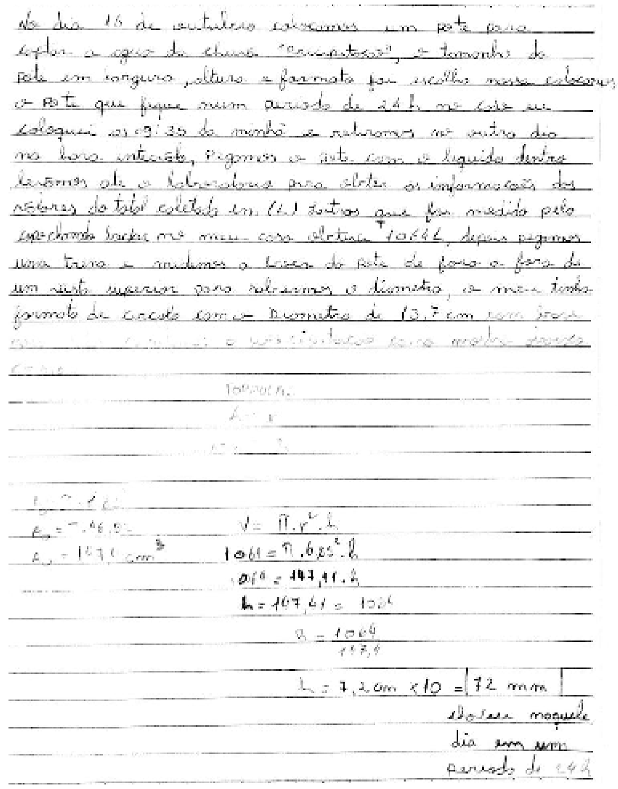
Formula:
$V = Ab \times h$

Resultado:
$V = Ab \times h$
$1620 = 256 \times h$
$\frac{1620}{256} = 6{,}328125\ cm = 63{,}28125\ mm$

1L e 620 mL

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 35 – Relatório da dupla 2.

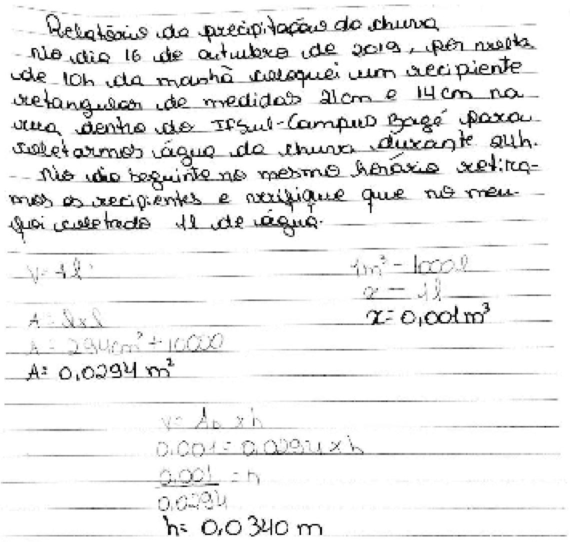


No dia 16 de outubro colocamos um pote para captar a água da chuva "Pluviômetro", o tamanho do pote em largura, altura e formato foi escolha nossa colocamos o pote que fique num periodo de 24h na casa eu coloquei as 9:35 da manhã e retiramos no outro dia na hora exata, pegamos o pote com o liquido dentro levamos até o laboratorio para obter as informações dos números do total coletado em (L) litros que foi medido pelo copo chamado becker no meu caso obteve 1,064L, depois pegamos uma trena e medimos a base do pote de fora a fora de um ponto superior para sabermos o diametro, o meu tinha formato de circulo com o diametro de 13,7 cm [illegible]

$V = \pi . r^2 . h$
$1064 = \pi . 6{,}85^2 . h$
$1064 = 147{,}41 . h$
$h = \frac{1064}{147{,}4}$
$h = 7{,}2\ cm \times 10 = \boxed{72\ mm}$
choveu naquele dia em um periodo de 24h

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 36 – Relatório da dupla 1.


Relatório da precipitação da chuva
No dia 16 de outubro de 2019, por volta de 10h da manhã coloquei um recipiente retangular de medidas 21cm e 14cm na rua dentro do IFSul-Campus Bagé para coletarmos água da chuva durante 24h.
No dia seguinte no mesmo horário retiramos os recipientes e verifique que no meu foi coletado 1l de água.

$V = 1l$

$1m^3 - 1000l$
$x - 1l$
$x = 0{,}001m^3$

$A = b \times l$
$A = 294cm^2 \div 10000$
$A = 0{,}0294\ m^2$

$V = A_b \times h$
$0{,}001 = 0{,}0294 \times h$
$\frac{0{,}001}{0{,}0294} = h$
$h = 0{,}0340\ m$

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Observou-se que os relatórios deixaram a desejar no que se refere à escrita esperada de um aluno de curso técnico. Tal dificuldade deve servir de alerta, pois mostra que deve-se trabalhar mais e melhor esta habilidade. Sugere-se, como alternativa, que seja entregue um modelo contendo os itens a serem abordados neste tipo de instrumento.

5.3 Atividade 3

A realização desta atividade ocorreu no dia 05/12/2019, com a participação de 13 alunos (2 faltantes).

Os alunos foram orientados para que formassem grupos de 2 ou 3 membros, à livre escolha, ficando, assim, formados seis grupos, chamados aqui de G1, G2, G3, G4, G5 e G6.

Após a formação dos grupos, foram distribuídas folhas impressas com os exercícios propostos, réguas, compassos, transferidores de 180° e 360°, fita adesiva e folhas de papel grosso. Foi permitido, também, o uso de calculadoras.

O exercício 1 foi resolvido autônoma e corretamente por todos os grupos, sendo ainda comentado por alguns grupos que se tratava de uma adaptação da atividade 2.

Para a realização do exercício 2, a dificuldade apresentada refere-se à conversão do volume de m^3 para litros. Todos os grupos usaram adequadamente a fórmula do volume do hemisfério, apenas os grupos G1 e G2 interpretaram erroneamente o resultado apresentado pela calculadora no se refere aos símbolos de separação para milhares e casas decimais, apresentando como resultado para o volume 16,74 m^3. Já a capacidade em litros, foi apresentada corretamente apenas pelos grupos G4 e G6.

O exercício 3 foi o que demandou maior mediação do professor. Embora tenha sido feito um exercício semelhante, sem a construção do sólido, em aula anterior, os alunos mostraram-se inseguros com a possibilidade de atribuir um valor aleatório para o raio da base ou para a altura do cone a ser construído. O receio dos alunos talvez se deva a lacunas na sua formação e à pouca autonomia e protagonismo no ato de aprender. Daí a importância de investir numa metodologia que tenha o sujeito no centro da sua aprendizagem.

Os grupos G4 e G6 optaram por atribuir uma medida para a altura do cone e, a partir desta, calcular as medidas do raio da base e da geratriz do cone. Já os demais grupos, optaram por determinar uma medida para o raio da base e, partindo desta, calcular a altura e a geratriz. O cálculo do ângulo central do setor circular foi feito de forma autônoma por todos os grupos.

A maior dificuldade na realização desse exercício surgiu na utilização dos instrumentos de medida (compasso e transferidor). O professor teve que orientar a construção do setor circular em todos os grupos.

Os alunos mostraram-se empolgados no momento de verificar a capacidade dos cones construídos (Figura 37) e vibravam a cada aferição que dava certo, embora tivessem sólidos de medidas diferentes. A confiança na sua capacidade de aprender e na própria aplicabilidade dos conceitos aprendidos foi importante, uma vez que buscou-se uma aprendizagem que se estruturasse entre o que eles já sabiam e as novas informações conquistadas.

Figura 37 – Aplicação da Atividade 3.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

5.4 Atividade 4

A atividade 4 consistiu na construção da maquete, em escala, do açude dimensionado pelos alunos para o projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola (Figuras 22 e 23). A proposta inicial era de que as maquetes fossem feitas em argila, mas também foi aceita a confecção em isopor.

Foram constituídos seis grupos (G1, G2, G3, G4, G5 e G6), conforme definido no início do semestre para a disciplina de Hidráulica Agrícola. Os três alunos que não estão matriculados nessa disciplina nesse semestre foram distribuídos nos grupos já formados, conforme suas escolhas.

O formato escolhido para a construção dos açudes (Figura 38), limitou-se a prismas de base quadrada, cilindro e hemisfério. Os estudantes relataram que escolheram essas formas pela simplicidade dos cálculos de área e volume, não se importando com a aplicabilidade em uma situação real.

Figura 38 – Maquetes em escala dos açudes dimensionados para o projeto de Hidráulica Agrícola.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Os grupos G1 (Figura 39), G2 (Figura 40), G3 (Figura 41) e G6 (Figura 42) optaram pela construção de açudes com o formato de um prisma de base quadrada. Conseguiram construir as maquetes com relativa precisão no que se refere às dimensões da base, mas todos erraram a definição da altura da construção.

Figura 39 – Açude confeccionado pelo grupo G1.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 40 – Açude confeccionado pelo grupo G2.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 41 – Açude confeccionado pelo grupo G3.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 42 – Açude confeccionado pelo grupo G6.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

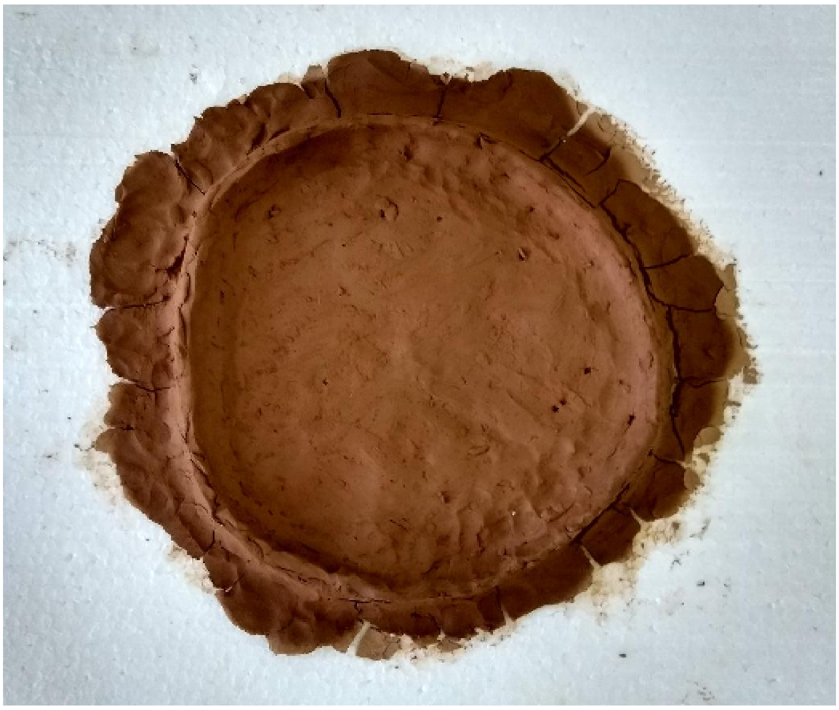
A maquete do grupo G4 (Figura 43) trouxe a representação de um sólido hemisférico, respeitada a escala e diferenciando-se dos demais trabalhos pelo cuidado estético da construção.

Figura 43 – Açude confeccionado pelo grupo G4.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

O grupo G5 (Figura 44) apresentou a maquete de um açude em formato cilíndrico, com precisão na determinação do raio da base, mas falhando na altura, no que se refere à escala utilizada.

Figura 44 – Açude confeccionado pelo grupo G5.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

As reações e os comportamentos adotados pelos alunos nas quatro atividades propostas sinalizam o acerto de investir numa metodologia que privilegia a interação entre os sujeitos como forma de construir o conhecimento, como propõe Vergnaud. Ao se organizarem em grupos que variaram de uma atividade a outra, os alunos experimentaram uma dinâmica que os mobilizou na superação dos obstáculos, com cada integrante tendo que assumir seu papel na resolução das tarefas e demandando a mediação do professor de forma mais ou menos incisiva. Em algumas situações, as limitações foram reforçadas já que se repetiram de um aluno a outro, sugerindo lacunas na sua formação. A insegurança revelada em alguns momentos pode ter sua justificativa nessas lacunas. Mas foi possível superar essas limitações pela inclusão de novas informações, ou seja, pelo jogo entre o conhecido e o novo, bem como preconiza Ausubel. Conforme relatou-se acima, alguns grupos se adiantaram na resolução das tarefas, abrindo caminho para que os demais atingissem também seus resultados.

5.5 Avaliação das atividades pelos alunos

A avaliação dos resultados obtidos com a aplicação da proposta pedagógica aqui apresentada, envolveu não apenas a percepção *in loco* do professor das reações e manifestações dos alunos, mas também a expressão dos mesmos através de um questionário contendo sete perguntas e aplicado ao final da sequência. O instrumento foi disponibilizado no dia 12/12/2019 na plataforma "Formulários Google" e respondido por 14 alunos (1 faltante), após a aplicação da prova da disciplina e em computador disponibilizado pelo professor. Tal procedimento garantiu a participação da totalidade dos presentes e a consequente geração de mais dados a serem analisados.

Os dois primeiros questionamentos levantaram idade e sexo dos participantes e revelaram um grupo majoritariamente feminino (57,1%) e na faixa etária entre 17 e 18 anos (92,8%), ou seja, de alunos na situação de escolaridade ideal, conforme o Dicionário de Indicadores Educacionais (BRASIL, 2004). Já em relação à idade, o dado confirma uma informação que irá aparecer na terceira pergunta, a de que a maioria dos educandos (64,3%) estava fazendo a disciplina de Matemática pela primeira vez, contra 35,7% de alunos que já a haviam cursado. Para os primeiros, a proposta interdisciplinar desenvolvida pode ter se configurado numa abordagem que permitiu melhor aprendizagem e aproveitamento. Para os repetentes, uma nova oportunidade de retomar e ressignificar conteúdos, alcançando a aprovação antes frustrada. Aqui, destaca-se o fato de que apenas um aluno da turma onde se aplicou a proposta reprovou em Matemática, e isso deve-se a sua ausência na prova final.

A quarta pergunta levantou o percentual de alunos que estava cursando a disciplina de Hidráulica Agrícola pela primeira vez (78,6%), os que já a haviam feito (14,3%) e os que ainda a iriam cursar (7,1%). A aplicação da proposta foi, nesse sentido, pertinente, já que pode atingir um grupo que experimentou, pela primeira vez, o conteúdo teórico já aplicado ao técnico, e outro que pode rever a formação recebida em Hidráulica Agrícola sob um nova perspectiva. Tal fato se confirma no percentual de alunos (100%) que responderam afirmativamente à quinta pergunta "Na sua opinião, as atividades propostas na disciplina de Matemática tiveram aplicabilidade na disciplina de Hidráulica Agrícola?"

O questionamento seguinte levantou os conteúdos que os alunos puderam relacionar entre as duas disciplinas e os destaques foram os cálculos de volume e de área das figuras geométricas, seguidos da conversão de medidas, informações relevantes na formação técnica prevista em Hidráulica Agrícola e cerne dos conhecimentos previstos em Matemática no semestre cursado.

Finalmente, a última questão solicitou uma avaliação das aulas de Matemática, apontando pontos positivos, negativos e sugestões. As respostas foram predominantemente elogiosas tanto da metodologia quanto da mediação do professor, ficando o destaque para a diversidade de atividades e para a aplicabilidade dos conceitos, fatores que eles identificaram como maneiras de trazer mais dinamicidade às aulas. Dessa forma, com todas as respostas obtidas no questionário, percebe-se que os alunos testemunharam sua aprendizagem e foram conscientes dos acertos metodológicos empregados.

6 Conclusões

A presente dissertação teve como foco a apresentação e a discussão dos resultados obtidos com a aplicação de uma proposta interdisciplinar de ensino de geometria, envolvendo as disciplinas de Matemática e Hidráulica Agrícola de um Curso Técnico em Agropecuária do IFSul campus Bagé. Tal atividade buscou levar os alunos a reconhecerem alguns conceitos geométricos e sua aplicabilidade no cotidiano e, mais especificamente, na área técnica de sua formação, integrando conhecimentos e atribuindo-lhes novos sentidos e relevância.

Ao longo da aplicação das atividades, verificou-se o desenvolvimento do interesse dos alunos pela geometria na medida em que foram sendo envolvidos e desafiados pelas tarefas propostas. Em alguns momentos, a interferência do professor foi necessária, mediando impasses e retomando conceitos, como os de escala, por exemplo, na atividade 1. Observou-se grande interação entre os alunos e entre os grupos, resultando na construção coletiva do conhecimento.

Outro resultado observado, foi o fato de os grupos apresentarem ritmos diferentes na resolução das atividades. Isso mostra que partiram de níveis diferentes de conhecimento, embora todos tenham conseguido chegar a um resultado. Tal fato revela a importância da construção coletiva do conhecimento, tal como aponta a Teoria da Aprendizagem Significativa, quando destaca a necessidade da integração entre uma base anterior de conhecimento e novas informações.

A força do coletivo esteve presente desde a composição dos grupos, que variou de uma atividade à outra, permitindo que diferentes sujeitos interagissem e se unissem na resolução das tarefas. Na atividade 3, por exemplo, foi o grupo que percebeu a variação da atividade solicitada de uma aula à outra, o que mostra que eles estavam estabelecendo relações entre as aulas, entre os conhecimentos construídos, num contínuo.

Os resultados também revelaram algumas lacunas de formação, o que, antes de se constituir um problema, serviu para ampliar os conhecimentos. É o caso dos equívocos com o uso da calculadora na atividade 3, exercício 2, que descortinaram a pouca familiaridade dos alunos com recursos desse equipamento. Essa lacuna precisou ser levada em consideração para que os conceitos enfocados no exercício 2 fossem construídos, os de cálculo de volume e conversão de capacidade.

Da mesma forma, no exercício 3 da mesma atividade, a insegurança dos alunos mostrou que lhes faltou compreensão da dependência entre as variáveis da expressão que determina o volume de um cone. Logo, eles tiveram que se arriscar, cada grupo fez sua opção de variável e, com isso, avançaram nesse conhecimento. Soma-se a isso as dificuldades com o uso do compasso e do transferidor. Tudo isso , ao contrário de desmotivar os alunos, os empolgaram na busca de soluções.

Os registros do professor mostram que houve variação nos resultados obtidos pelos alunos nas tarefas, como no caso da atividade 2, quando apenas um grupo encontrou volume de precipitação muito abaixo dos demais. O fato de os indivíduos partirem de condições distintas de aprendizagem, ao invés de prejudicar a construção do conhecimento, foi seu gatilho, já que a interação entre os grupos atuou no sentido de que os conceitos se construíssem. Os entraves e imprevistos, por outro lado, levou à adaptação de procedimentos, como no caso da anteriormente mencionada atividade 2, quando a necessidade de precisão de medida fez o grupo optar por uma proveta graduada e não por copos de Béquer, como inicialmente previsto, ou na atividade 4, quando foi necessário considerar o uso de outros materiais disponíveis para a confecção da maquete. Essa dinâmica na aplicação das tarefas foi necessária e pode somar no envolvimento dos alunos com a sua resolução.

Quanto à percepção da aplicabilidade prática dos conhecimentos vistos na Matemática em relação à disciplina de Hidráulica Agrícola, isso ocorreu desde a primeira atividade, quando tiveram que buscar caminhos mais eficientes para a resolução da tarefa através da triangulação e do uso da Fórmula de Heron, e culminou com a criação das maquetes dos açudes. Os depoimentos dos alunos apontam para essa tomada de consciência, o que produz, inclusive, um redimensionamento do papel dos conhecimentos matemáticos na sua formação técnica. Quando optaram por formas simples para os açudes, imaginando que se tratariam de cálculos de área e volume mais simples de efetuar, acabaram errando, principalmente na altura, sugerindo a necessidade de aprofundar esses conhecimentos para obter uma formação técnica mais qualificada.

Além dos resultados testemunhados pelo professor ao longo do desenvolvimento das atividades, as manifestações dos alunos colhidas no questionário aplicado ao final da proposta indicam , especialmente, que os alunos dominaram os conceitos geométricos trabalhados e os aplicaram de modo consciente nas disciplina de Hidráulica Agrícola, concretizando o diálogo interdisciplinar entre teoria e prática. Além disso, destacam a aplicabilidade do que aprenderam e a dinamicidade das aulas, méritos que a proposta teve nas suas avaliações.

Enfim, pode-se dizer que os alunos aplicaram os conhecimentos de geometria estudados em Matemática nas atividades desenvolvidas pela disciplina de Hidráulica Agrícola, reconhecendo conceitos como proporcionalidade, áreas de polígonos e círculos, volumes de prisma, cilindro, cone e esfera. As disciplinas, nesse sentido, convergiram em suas especificidades e recortes para a construção de conceitos comuns, transformando a aprendizagem dos alunos em algo efetivamente significativo.

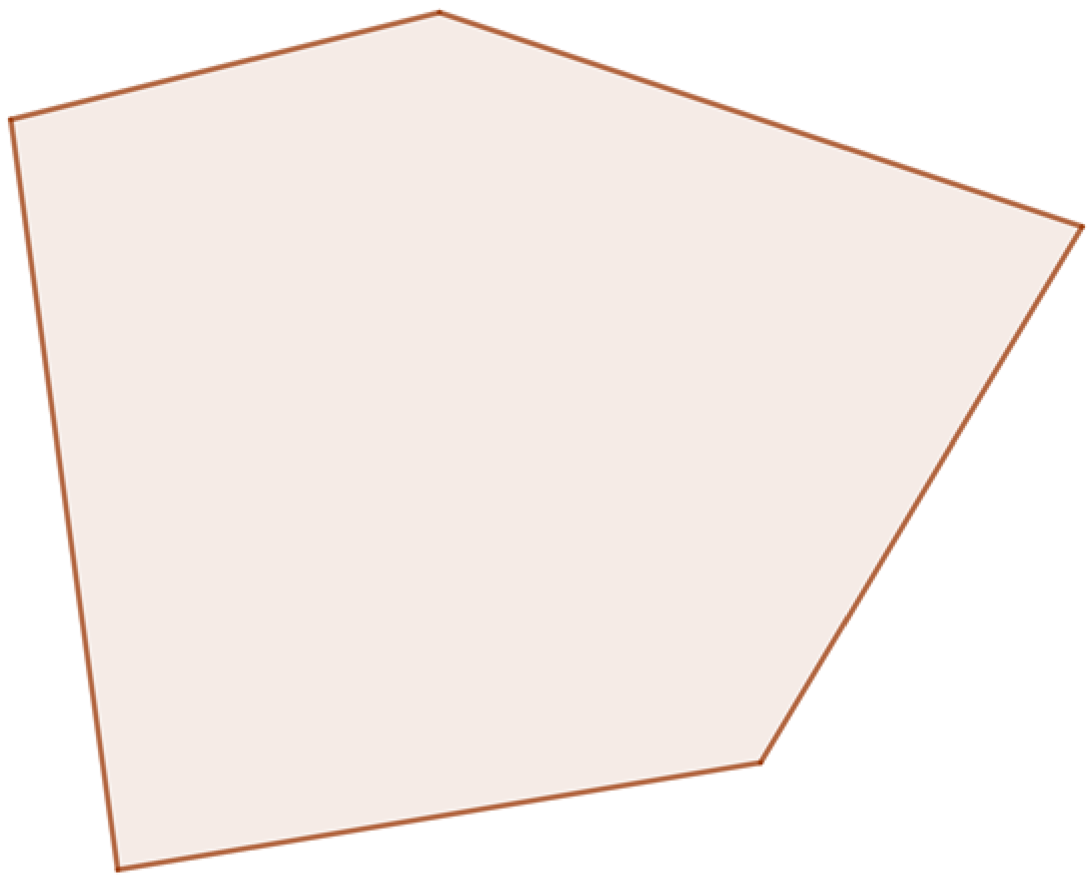
Espera-se, com esse trabalho, colaborar para o desenvolvimento de metodologias de ensino da geometria e de outros campos dos estudos matemáticos mais ativas e dinâmicas, de modo a romper com as dicotomias entre teoria e prática e colaborando para uma formação técnica sólida e significativa.

Intenciona-se, também, que os resultados desse trabalho sejam alavancadores de outras ações interdisciplinares. No que se refere à escola de aplicação desse projeto, devido à reformulação do currículo do curso, o estudo da geometria na disciplina de Matemática e a disciplina de Hidráulica Agrícola ficaram em anos diferentes. Então, pretende-se buscar parceria com a disciplina de Topografia, abordando conceitos de geometria e trigonometria, configurando-se numa nova ação interdisciplinar.

Apêndices

APÊNDICE A – Atividade 1

Exercício 1. O polígono apresentado na figura abaixo, representa os limites de um campo que receberá o plantio de pastagem e foi construído sob a escala 1:12500. Sabendo que 1 hectare (1 ha) corresponde a uma área de 10000 m^2, determinar a área dessa pastagem em hectares.



Exercício 2. (UFMG 2008 - adaptado) Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 80 cm de profundidade. Bombeia-se água para dentro do reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo. Quantos minutos são necessários para se encher completamente esse reservatório?

Exercício 3. Deseja-se construir um reservatório de aço inoxidável para armazenamento de soja, em forma de prisma reto de base hexagonal regular com 2 m de aresta da base e 4 m de altura. Calcular a capacidade de armazenamento desse reservatório, em sacas, sabendo que a densidade da soja é de aproximadamente 720 kg/m^3.

APÊNDICE B – Atividade 2

Os alunos, individualmente ou em duplas, deverão escolher um recipiente não graduado, do qual consigam calcular a área da abertura superior para coletar água da chuva pelo período de vinte e quatro horas, nas dependências do campus.

Após a coleta, a água coletada deverá ser transferida para um copo de Béquer para verificar o volume coletado. À partir do volume encontrado e conhecendo a área de coleta do recipiente escolhido, determinar o índice pluviométrico do período observado.

Finalizada a atividade, os alunos devem elaborar um relatório descrevendo a atividade e apresentando o cálculo do índice pluviométrico. Sugere-se que o professor forneça um modelo contendo os itens que julga serem importantes na elaboração deste instrumento. Cabe salientar, também, a importância deste tipo de atividade principalmente em formação técnica, pois estará desenvolvendo no aluno a habilidade de formalização de suas ações.

APÊNDICE C – Atividade 3

Exercício 1. Um pluviômetro em formato de cilindro reto com 32 cm de diâmetro, inicialmente vazio, coletou água da chuva durante 24 horas. A água acumulada no recipiente neste período chegou a 2 litros. Determine a precipitação, em milímetros, desta região nas 24 horas.

Exercício 2. Um açude, de formato hemisférico, com 20 m de raio, tem capacidade para armazenar quantos litros de água?

Exercício 3. Construa, com o material fornecido, um cone reto de dimensões a livre escolha, com capacidade de 200 mililitros.

Obs.: Posteriormente, verificar com copo plástico de mesma capacidade.

APÊNDICE D – Atividade 4

Os alunos, organizados conforme os grupos formados para o projeto da disciplina de Hidráulica Agrícola, deverão, na apresentação do projeto, apresentar uma maquete feita em argila (poderia ser utilizado massa de modelar, isopor, papel machê, ...), do açude dimensionado para o referido projeto, informando a escala utilizada na construção.

APÊNDICE E – Avaliação das atividades pelos alunos

Questionário

- Sexo:
- Idade (em anos):
- Está cursando Matemática V pela primeira vez?
- Está cursando Hidráulica ?
- Na sua opinião, as atividades propostas na disciplina Matemática V tiveram aplicabilidade na disciplina de Hidráulica?
- Quais conceitos(conteúdos) trabalhados você conseguiu relacionar nas duas disciplinas?
- Faça uma breve avaliação da disciplina Matemática V. Pontos positivos, pontos negativos, sugestões.

Referências

ARAÚJO, R. M. de L. *Práticas pedagógicas e ensino integrado*. 2014. Disponível em: <https://curitiba.ifpr.edu.br/wp-content/uploads/2016/05/Pr%C3%A1ticas-pedag%C3%B3gicas-e-ensino-integrado.pdf>. Acesso em: 27.12.2019. Citado na página 12.

AUSUBEL, D. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Platano Edições Técnicas, 2003. Citado na página 16.

BRAATHEN, C. *Aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa no processo de ensino-aprendizagem de Química*. 2012. Disponível em: <http://revistaeixo.ifb.edu.br/index.php/RevistaEixo/article/view/53>. Acesso em: 08.11.2019. Citado na página 16.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Brasília, 2000. 58 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 20.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, 2002. 141 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Citado na página 24.

BRASIL. *Dicionário de Indicadores Educacionais*. Brasília, 2004. 29 p. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484154/Dicion%C3%A1rio+de+Indicadores+Educacionais+f%C3%B3rmulas+de+c%C3%A1lculo/bf7eac55-d33b-42a7-8d54-2d70fa4e24a3?version=1.2>. Citado na página 71.

BRASIL. *Projeto Político Pedagógico do curso Técnico em Agropecuária*. Pelotas, 2010. 42 p. Disponível em: <http://intranet.ifsul.edu.br/catalogo/curso/3>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 21.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular - Ensino Médio*. Brasília, 2017. 150 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192>. Citado 4 vezes nas páginas 13, 19, 20 e 24.

CARVALHO, G. Q. *O uso de jogos na resolução de problemas de contagem: um estudo de caso em uma turma de 8º ano do Colégio Militar de Porto Alegre*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/17845>. Acesso em: 12.10.2019. Citado 3 vezes nas páginas 13, 17 e 18.

DANTE, L. R. *Matemática: contexto & aplicações. 2. ed.* São Paulo: Ática, 2013. Citado na página 32.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar, 10*. 6. ed. São Paulo: Atual, 2005. Citado 6 vezes nas páginas 13, 35, 36, 37, 38 e 39.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar, 9*. 7. ed. São Paulo: Atual, 2005. Citado 13 vezes nas páginas 13, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33 e 34.

FARIA, L. C. F. de; FRANCESCHINI, S. R. Possíveis contribuições das teorias da cognição corporificada e mente estendida na aprendizagem e na música. *Anais do XIX Encontro Nacional de Ensino, Pesquisa e Extensão (ENEPE) - UNOESTE*, Presidente Prudente, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

FAZENDA, I. C. A. *Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia.6 ed.* São Paulo: Edições Loyola, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 19.

GRILLO, J. D. *Atividades e problemas de geometria espacial para o ensino médio.* Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2014. Disponível em: <https://www.dm.ufscar.br/~ptlini/TCC_Jean_Daniel.pdf>. Acesso em: 30.11.2019. Citado na página 35.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. *Fundamentos de matemática elementar, 11.* São Paulo: Atual, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 22.

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio.* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. Citado na página 35.

LONGEN, A. *Geometria dos sólidos I.* Curitiba: Gráfica e Editora Posigraf S.A., 2006. Citado na página 36.

LONGEN, A. *Geometria dos sólidos II.* Curitiba: Gráfica e Editora Posigraf S.A., 2006. Citado 3 vezes nas páginas 37, 39 e 40.

MENEZES, P. M. L. de; NETO, A. L. C. Escala: Estudo de conceitos e aplicações. *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Cartografia*, Recife, 1999. Citado na página 23.

MOREIRA, M. A. *A Teoria dos Campos Conceituais De Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.* 2002. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569>. Acesso em: 19.10.2019. Citado na página 19.

MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 13, 15 e 16.

NETO, A. C. M. *Geometria.* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 13, 24, 29 e 35.

ROSA, C. T. W. da; ROSA Álvaro Becker da. *O ensino de ciências (Física) no Brasil: da história às novas orientações educacionais.* 2012. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/455848>. Acesso em: 27.12.2019. Citado na página 12.

VERGNAUD, G. *Multiplicative structures. In: R. Lesh & M. Landau(Eds.). Aquisition of mathematics: Concepts and processes.* New York: Academic Press, 1991. Citado 3 vezes nas páginas 13, 17 e 18.

VYGOTSKI, L. S. *Psicologia Pedagógica. Tradução de Claudia Schilling.* Porto Alegre: Artmed, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 17.